A theoretical analysis of the interaction between a swift ion and an electron gas is made, in a many-body perturbation theory approach. The term propotional to Z_1^3 *in the expression for the stopping power of the medium is derived in the Random Phase Approximation, applying Feynman diagrams.*

Ioi azkarren eta elektroi-gasaren arteko elkarrekintzen azterketa teorika egiten da, anitz gorputzen perturbazioen teoriaz baliaturik.. Ingurunearen balaztatze-indarraren Z_1^3*-arekiko proportzionala den ekarpena lortzen da, zorizko faseen hurbilketan, Feynman-en diagramak erabiliz.*

SARRERA

Gauza ezaguna da partikula kargatuek materia zeharkatzean energia galdu egiten dutela, berau inguruneari transferituz. Bestalde, ingurunea osotzen duten atomoen nukleoak elektroiak baino askoz pisutsuagoak direlarik, nukleoek zurgaturiko energia elektroiek zurgaturikoarekin konparaturik oso txikia izanen da, projektilaren abiadura oso txikia ez denean behinik behin, eta atomoak kitzikatzean galdutako energia kontsideratuko dugu, beraz. Diogun, bestalde, lan honetan zehar unitate atomikoak erabiliko ditugula, aurkakorik esaten ez den bitartean. Unitate-sistema honetan $Tn = m_e = e^2 = 1$ dugu, non Tn, m_e, eta e direlakoak Planck-en konstante laburtua $(Tn = h / 2\pi)$, elektroiaren pausaguneko masa eta elektroiaren karga diren, urrenez hurren; bestalde, luzera-unitatea Böhr-en erradioa da, $a_o = Tn^2 / m^2_e = 0.529$ Å energi unitatea, Hartree delakoa, 1Hartree = $e^2 / a_o = 27.2$eV, eta abiadura-unitatea, Böhr-en abiadura, $v_o = \alpha c = 2.19 \times 10^8$ cm S^{-1}, a eta c, egitura meheko konstantea eta argiaren abiadura izanik, hurrenez hurren.

Ingurunearen balaztatze-indarra, definizioz, higitzen ari den projektilak luzera-unitateko galdutako energiari deritzo, eta ondoko erara lor dezakegu[1], beraz:

$$-\frac{dE}{dx} = N \sum_n \int d\Omega \, (E_n - E_{no}) \, \sigma_n(\Omega), \qquad (1)$$

non N, n_o, n eta o_n direlakoak ingurunearen bolumen-unitateko atomo-kopurua, atomoaren hasierako eta bukaerako egoerak adierazten dituzten hizkiak eta kitzikapen-prozesuari dagokion sekzio eraginkor diferentziala diren, hurrenez hurren.

Sekzio eraginkor diferentzialak kalkulatzeko lehen ordenako perturbazioen teoriaz baliaturik, Bethe-k projektilaren abiadura handitarako baliagarria den eta projektilaren kargaren karratuarekiko proportzionala den ondoko emaitza lortu zuen[2]:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi Z_1^2}{v^2} N Z_2 \ln \frac{2v^2}{I} \qquad (v >> 1), \qquad (2)$$

non I delakoa ingurunearen ionizazio-potentziala den:

$$\ln I = \sum_n f_{nn_o} \ln \omega_{nn_o}, \qquad (3)$$

$f_{nn'}$ eta ϖ_{nno}, Σ_n, $f_{nn} = 1$ batura-legea betetzen duten oszilatzaileen intentsitateak eta måiztasunai izanik, hurrenez hurren. v delakoa projektilaren abiadura dugu, eta Z_2, ingurunearen atomoen elektroi-kopurua.

Balaztatze-indarra, bestalde, projektilak polarizaturiko inguruneak projektilaren norabide berean eta aurkako norantzan projektilaren gainean eragiten duen indarra dugu, eta ondoko erara aurki daiteke, beraz:

$$- \frac{dE}{dx} = Z_1 \frac{\partial \phi_{ind}}{\partial x} \Big|_{\mathbf{r} = \mathbf{v}t}, \tag{4}$$

non ϕ ind delakoa potentzial elektriko induzitua den, hots, polarizaturiko inguruneak sorterazitako potentzial elektrikoa.

Projektilak sorterazitako potentzial elektriko osoaren eta projektilaren karga-dentsitatearen arteko erlazioa lineala baldin bada, potentzial elektriko induzituaren Fourier-en transformatua ondoko erara erlazionatzen da karga-dentsitatearen Fourier-en transformatuarekin:

$$\phi_{ind}\,(\mathbf{q},\omega) = \frac{4\pi\,\rho_0\,(\mathbf{q},\omega)}{q^2}\,(\epsilon^{-1}_{\mathbf{q},\omega} - 1), \tag{5}$$

Poisson-en ekuazioa askatuz berehala froga daitekeen bezala, $E\kappa,\varpi$ delakoa ingurunearen erantzunaren berri ematen duen erantzute-funtzio lineala edo funtzio dielektrikoa izanik. Horrelatan, bada, (5) delakoa (4)-era eramanez, balaztatze-indarraren ondoko adierazpena aurkitzen dugu:

$$- \frac{dE}{dx} = \frac{2 Z_1^2}{\pi v^2} \int_0^\infty \frac{dq}{q} \int_0^{qv} d\omega\ \omega\ \mathrm{Im}\ [\ -\epsilon^{-1}_{q,\omega}\ ]. \tag{6}$$

Funtzio dielektrikoaren kalkulu mekaniko-kuantiko autobateragarria Lindhard-ek burutu zuen lehenengo aldiz[3] elektroi-gas homogeneoaren kasuan eta zorizko faseen hurbilketan (RPA), lehen ordenako perturbazioen teoriaz baliaturik. Lindhard-en funtzio dielektrikoa erabiliz, ondoko erara adieraz daiteke (6) adierazpena, abiadura handiko limitean:

$$- \frac{dE}{dx} = \frac{4\pi Z_1^2}{v^2}\, n\, \ln \frac{2v^2}{\omega_0} \qquad (v >> v_F); \tag{7}$$

hemen, n delakoa bolumen-unitateko elektroi-kopurua dugu, ϖ_0, elektroi-gasaren plasmoimaiztasuna, eta v_F Fermi-ren abiadura.

Lehen ordenako perturbazioen teoriaz baliaturik, beraz, projektilaren kargaren karratuarekiko proportzionala den balaztatze-indarra aurkitzen dugu, materiaren Bethe-ren eredu atomistikoan nahiz elektroi-gas homogenoaren ereduan. Alabaina, Barkas-ek masa bereko $\pi-$ eta $\pi+$ mesoien gaineko balaztatze-indarrak ezberdinak zirela frogatu zuen experimentalki[4], balaztatze-indarra, beraz, projektilaren kargaren karratuarekiko proportzionala ez zela aurkituz, ordutik hona behin eta berriro frogatu den bezala[5]; honi Barkas efektua deritzo, eta balaztatze-indarra, bada, ondoko era honetara idatzi ohi da:

$$- \frac{dE}{dx} = \frac{4\pi Z_1^2}{v^2} n\ (L_0 + Z_1\, L_1 + ...), \tag{3}$$

non L_1 delakoa balaztatze-indarraren Z_1^3-arekiko proportzionala den ekarpenaren berri ematen duen eta, ondorioz, Barkas efektuaren berri ematen duen gaia bait da.

2. BARKAS EFEKTUA

Barkas efektuaren lehen azterketa teorikoa Ashley-k, Ritchie-k eta Brandt-ek egin zuten[6], denborarekin aldatzen ari den Coulomb-en indar baten eraginpeko oszilatzaile harmonikoak zurgaturiko energiaren kalkulu klasiko ez-erlatibista burutuz. Ashley-k, Ritchie-k eta Brandt-ek jotze-parametro txikitarako Z_1^3-arekiko proportzionala den ekarpena arbuiagarria zela argudiatu zuten, eta jotze-parametro handitarako ondoko emaitza lortu zuten:

$$L_1 \sim \frac{3\pi}{2}\,\frac{\omega}{v^3}\,\ln\frac{v}{1.7\,\omega b_c}\,, \tag{9}$$

non ϖ delakoa oszilatzaile harmonikoaren maiztasuna den, eta b_c, elektroia higitzen deneko espazioaldearen erradioa, hots, talka hurbilak eta talka urrunak banatzen dituen parametroa.

Bestalde, Jackson-ek eta McCarthy-k emaitza berdintsua lortu zuten[7] oszilatzaile harmonikoaren kalkulu klasiko erlatibista eginez, baina oraingoan oszilatzaile harmoniko mekaniko-kuantikoaren erradioaren balioa eman zioten b_c delako parametroari, ondoko emaitza lortuz:

$$L_1 \sim \frac{3\pi}{4}\,\frac{\omega}{v^3}\,\ln\frac{2v^2}{2.77\,\omega}. \tag{10}$$

Halaber, Hill-ek eta Merzbacher-ek emaitza berbera lortu zuten[8], oszilatzaile harmonikoaren kalkulu mekaniko-kuantikoa burutuz.

Alabaina, Lindhard-ek talka parametro txikitarako elektroien gaineko potentzial elektrikoa Yukawa-rena zela argudiatuz, Z_1^3 arekiko proportzionala den talka hurbilengandiko ekarpena talka urrunengandikoa bezain handia zelako ondorioa atera zuen eta ekarpen osoa Jackson-McCarthy-renaren bikoitza zela baieztatu zuen[9]; Esbensen-ek, bestalde, Lindhard-ek aurresandako emaitza berdintsua antzeman zuen[10], elektroi-gas homogeno estatikoaren erantzun kuadratikoa xehetasunez aztertu ondoren. Diogun, Jackson-McCarthy-ren emaitzak emaitza experimentalen berri ematen zuelarik ere, Z_1^4 -arekiko proportzionala den ekarpena[11] Jackson-McCarthy-renaren berdina eta zeinuz aurkakoa izanik, azken hau ere kontutan hartuz Jackson-McCarthy-ren emaitzaren bikoitzak doierazten duela emaitza experimentala, Lindhard-ek adierazi zuen bezala[9].

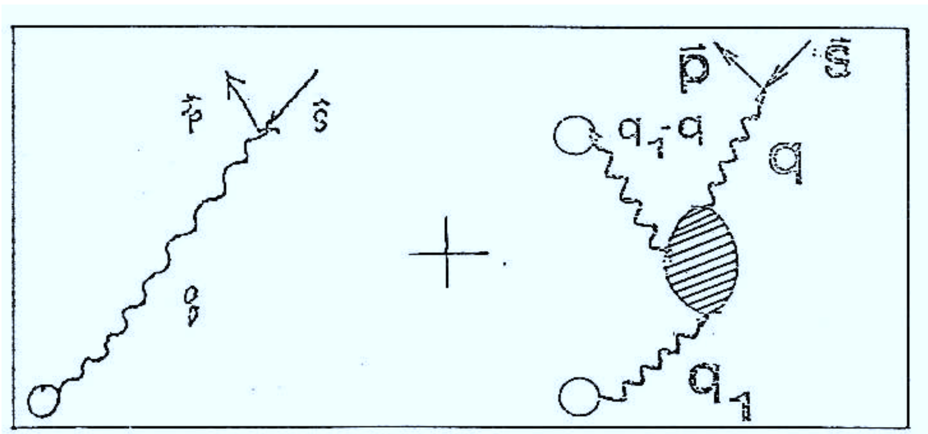
Aldiz, Ritchie-k eta Brandt-ek, Ashley, Ritchie eta Brandt-en jatorrizko teoriak emaitza experimentalen berri eman zezakeela erakutsi zuten[12], Z_1^3-arekiko proportzionala den talka hurbilengandiko ekarpena arbuiatuz. Sung-ek eta Ritchie-k, bestalde, elektroi-gas homogenoaren erantzun kuadratikoa aztertuz lortu zuten talka urrunengandiko ekarpena Esbensen-ek kalkulaturikoarekin bat bazetorren ere, talka hurbilengandiko ekarpena talka urrunengandikoarekin konparaturik arbuiagarria zelako ondorioa atera zuten[13].

Talka hurbilen ekarpenari dagokionez pizturiko ez-adostasunak, beraz, ebazteke dirau, eta berau argi dezakeen efektu ez-linealen teoria osotuago baten beharrean gaude. Projektilaren eta elektroi-gasaren arteko anitz gorputzen elkarrekintzaren azterketa xehatua egiteko asmoz, bada, lan honetan eremuen teoria kuantikoan garaturiko anitz gorputzen perturbazioen teoriaz baliatzen gara.

3. TEORIA

Biz solido batetan zehar v abiaduraz pasarazten den Z_1 kargadun ioi biluzia, eta kontsidera dezagun ioiaren eta solidoa osotzen duen elektroi-gasaren arteko elkarrekintza.

Ioia elektroi-gasari energia eta momentua eman diezazkiokeen kanpo-iturritzat harturik, ioiak eta elektroi-gasak osotzen duten sistemaren matrize-elementua 1 irudiko diagramaren bidez adieraz daiteke[14], 3. ordenako eta ordena altuagoko gaiak arbuiatuz, lerro uhindunek ioiaren eta elektroi-gasaren arteko elkarrekintza eraginkorra adierazten dutelarik.



1 Irudia

Ondorioz, ioiaren eta elektroi-gasaren arteko nolabaiteko momentu-transferentziari dagokion denbora-unitateko trantsizio-probabilitatearen Z_1^2 eta Z_1^3-arekiko proportziona-lak diren ekarpenak ondokoak ditugu:

$$\gamma^{(2)} = 4\,(2\pi)^3\, Z_1^2 \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3\mathbf{s}}{(2\pi)^3} \frac{\delta\,(q^0 - \mathbf{q}\cdot\mathbf{v})}{\mathbf{q}^4\,|\,\epsilon_q\,|^2}$$

eta

$$\gamma^{(3)} = -16\,(2\pi)^5\, Z_1^3 \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3\mathbf{s}}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3\mathbf{q1}}{(2\pi)^3} \frac{\epsilon_{q1}^{-1}\,\epsilon_{q-q1}^{-1}\, M_{q,q1}\, \delta(q^0 - \mathbf{q}\cdot\mathbf{v})}{\mathbf{q}^4\,\mathbf{q}_1^2\,|\,\mathbf{q} - \mathbf{q1}\,|^2|\,\epsilon_q\,|^2} + \mathrm{cc.},$$

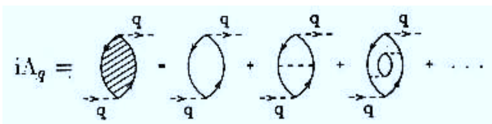
hurrenez hurren, non $q = (q, q^0)$ eta $q_1 = (q^1, q^1 \ . \ v)$ direlakoak lau osagaitako tetrabektoreak diren, eta

$$q = p - 2$$

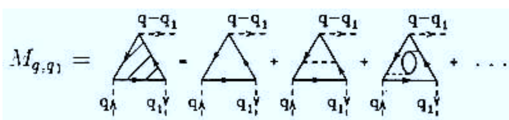
p eta s, elektroi-gasaren Fermi-ren esferaren kanpoko eta barruko puntuei dagozkien momentuak izanik. ε_q delakoa ingurunearen erantzute-funtzio lineala edo funtzio dielektrikoa dugu, hau da,

$$\epsilon_q = 1 - \frac{4\pi}{q^2} \Lambda_q, \tag{14}$$

non Λ_q berezko polarizazio-diagrama guztien arteko batura den:



$M_{q,q1}$ delakoa, bestalde, ondokoa dugu:



Horrelatan, bada, funtzio dielektrikoaren zati irudikariaren eta hasierako nahiz bukaerako egoerekiko baturaren arteko ondoko erlazioa[15]

$$\mathrm{Im}\epsilon_q = \frac{(2\pi)^5}{q^2} \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 \mathbf{s}}{(2\pi)^3} \delta^4 (q - p + s), \tag{15}$$

(11)-ra eramanez, balaztatze-indarraren (6) delako adierazpena lortzen da, espero zitekeen bezala. Bereziki, lehen berezko polarizazio-diagrama soilik kontsideratuz gero (zorizko faseen hurbilketa), ε_q delakoa Hubbard-en funtzio dielektrikoa dugu[16]

$$\epsilon_q = 1 + i \frac{8\pi}{q^2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left[\frac{1 - n_{\mathbf{k}}}{k^0 - \omega_{\mathbf{k}} + i\delta} + \frac{n_{\mathbf{k}}}{k^0 - \omega_{\mathbf{k}} - i\delta} \right] \left[\frac{1 - n_{\mathbf{k+q}}}{k^0 + q - \omega_{\mathbf{k+q}} + i\delta} + \frac{n_{\mathbf{k+q}}}{k^0 + q^0 - \omega_{\mathbf{k+q}} - i\delta} \right], \tag{16}$$

non

$$n_k = 8 \ (k_F - l \ k \ l) \tag{17}$$

den, k_F delakoa Fermi-ren momentua izanik, eta ø(x), Heaviside-ren funtzioa. Bestalde, mk = $k^2/2$ dugu, eta δ, nahi dugun bezain txikia den kantitate infinitesimala.

Halaber, (15) erlazioa (12)-ra eramanez, balaztatze-indarraren Z_1^3-arekiko proportzionala den ekarpena ondokoa dela aurkitzen dugu[17]:

$$-\frac{dE^{(3)}}{dx} = \frac{8 Z_1^3}{\pi^2 v^2} \int_0^{\infty} \frac{dq}{q} \int_0^{qv} d\omega\, \omega \, \mathrm{Im}\,(-\epsilon_{\mathbf{q},\omega}^{-1}) \int d\mathbf{q}_1 \frac{\mathrm{Re}\,[M_{\mathbf{q},\omega,\mathbf{q}1,\omega1})\, \epsilon_{\mathbf{q}1,\omega1}^{-1}\, \epsilon_{\mathbf{q}-\mathbf{q}1,\omega-\omega1}^{-1}]}{\mathbf{q}_1^2 \mid \mathbf{q} - \mathbf{q}_1 \mid^2},$$

non $\varpi_1 = q_1 . v$ den. Zorizko faseen hurbilketan $\varpi_q \varpi$ delakoa Hubbard-en funtzio dielektrikoa dugu, eta *Mq, q₁* ondoko hau:

$$M_{q,q_1} = 2i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \equiv \frac{1-n_{\mathbf{k}}}{k^0 - \omega_{\mathbf{k}} + i\delta} + \frac{n_{\mathbf{k}}}{k^0 - \omega_{\mathbf{k}} - i\delta} \,]\,[\, \frac{1-n_{\mathbf{n+q}}}{k^0 + q^0 - \omega_{\mathbf{k+q}} + i\delta} + \frac{n_{\mathbf{k+q}}}{k^0 + q^0 - \omega_{\mathbf{k+q}} - i\delta}$$
$$[\, \frac{1-n_{\mathbf{k+q_1}}}{k^0 + q_1^0 - \omega_{\mathbf{k+q_1}} + i\delta} + \frac{n_{\mathbf{k+q_1}}}{k^0 + q_1^0 - \omega_{\mathbf{k+q_1}} - i\delta} \,] \tag{19}$$

Kontsidera dezagun, orain, elektroi-gasarekin elkarrakzionatu egiten duen ioia ere mekaniko-kuantikoki, beraren autoenergia kalkulatzeko, Feynman-en diagrama itxietaz baliaturik[18] Hara!

Gauza ezaguna da partikula batek *t* aldiunean **p** momentua izateko duen denbora-unitateko probabilitatea partikularen Green-en funtzioaren **r** aldagaiarekiko Fourier-en transformatuaren moduluaren karratua dela, hau da,

$$P_{\mathbf{p}}(t) = \mid G_{\mathbf{p}}(t) \mid^2 = \exp\,[-\, 2\mathrm{Im}(-\Sigma)t], \tag{20}$$

Σ delakoa partikularen autoenergia izanik. Ondorioz, projektila hasierako egoeratik sakabanatua izateko dagoen denbora-unitateko probabilitatea ondokoa dugu:

$$\gamma = 2\mathrm{Im}(-\Sigma), \tag{21}$$

eta ingurunearen balaztatze-indarra lortzeko autoenergiaren zati irudikaria baino ez dugu kalkulatu behar, beraz.

Autoenergiaren Z_1^2 -arekiko proportzionala den ekarpena ondoko erara adieraz daiteke, momentuen adierazpenean:

$$-\,i\ \Sigma_p^{(2)} = \mathrm{p{-}q}$$

$$= Z_1^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \quad [\, i\, G_{p-q}^0\, [-\, i\, V_q\,], \tag{22}$$

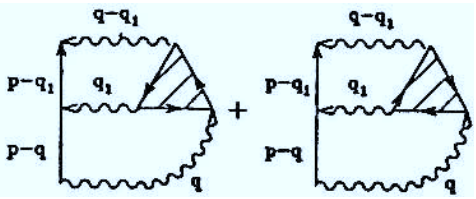
non *G⁰* delakoa partikularen zero ordenako Green-en funtzioa den, eta *Vq,* projektilaren eta ingurunearen arteko elkarrekintza-potentzial eraginkorra:

$$V_q = \frac{v_q}{1 - v_q \Lambda_q} = v_q \epsilon_q^{-1}, \tag{23}$$

non u_q, λ_q eta ε_q, Coulomb-en elkarrekintza biluziaren Fourier-en transformatua, berezko polarizazio diagramen arteko batura eta ingurunearen funtzio dielektrikoa diren, hurrenez hurren; p eta q, bestalde, lau osagaitako tetrabektoreak ditugu. (22) delakoa, bada, (21)-era eramanez, (6) delakoa lortzen da, espero genezakeen bezala.

Halaber, autoenergiaren Z_1^3-arekiko proportzionala den ekarpena ondokoa dugu:

$$-i\Sigma_p^{(3)} =$$



$$= Z_1^3 \int \frac{d^4 q_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \quad [\, i\, G^0_{p-q} \,[\, i\, G^0_{p-q1} \,] \qquad (24)$$

$$[-i\, V_q\,]\,[-i\, V_{q_1}\,]\,[-i\, V_{q-q_1}\,]\,[\, M_{q,q_1} + M_{-q,-q_1}\,].$$

Horrelatan, bada, (24) delako hau (21)-era eramanez eta zenbait eragiketa burutuz, balaztatze-indarraren Z_1^3-arekiko proportzionala den ekarpena ondokoa dela aurkitzen dugu:

$$\frac{2Z_1^3}{\pi^3 v} \int \frac{d^3 \mathbf{q}}{\mathbf{q}^2} \int \frac{d^3 \mathbf{q_1}}{\mathbf{q_1^2}\,|\,\mathbf{q}-\mathbf{q_1}\,|^2} \int \frac{dq^0}{2\pi} \int \frac{dq_1^0}{2\pi}\, \mathrm{Im} \frac{-\epsilon_{q_1}^{-1}\, \epsilon_q^{-1}\, \epsilon_{q-q_1}^{-1}\,[\, M_{q,q_1} + M_{-q,-q_1}\,]}{(\mathbf{q}\cdot\mathbf{v} - q^0 + i\eta_1)\,(\mathbf{q_1}\cdot\mathbf{v} - q_1^0 + i\eta_2)} \qquad (25)$$

non ε_q eta $M_{q,q1}$ direlakoak (16) eta (19) adierazpenen bidez emandakoak diren, hurrenez hurren, zorizko faseen hurbilketan.

Diogun, azkenik, (18) adierazpenaren eta zehatzagoa den (25)-aren arteko ezberdintasuna, azken hau lortzean barneharturiko ioiaren eta elektroi-gasaren elkarren ondoko elkarrekintzen arteko koerlazio kuantikoen ondorioa dela.

Lan honetan, (18) adierazpenaz baliatuko gara balaztatze-indarraren Z_1^3-arekiko proportzionala den ekarpenaren kalkulua burutzeko, behin erantzute-funtzio lineal eta kuadratikoaren zorizko faseen hurbilketa eginez gero.

3.1. Erantzute-funtzio lineala $\varepsilon_{q,\varpi}$

Zorizko faseen hurbilketan erantzute-funtzio lineala (16) adierazpenak emandakoa dugu. Orain, ko aldagaiarekiko integratuz, zera aurkitzen dugu:

$$\epsilon_{\mathbf{q},\omega} = 1 + \frac{8\pi}{\mathbf{q}^2} \int_{k<k_F} \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \left[\frac{1}{\mathbf{q}^2/2 + \mathbf{k}\cdot\mathbf{q} - (\omega + \delta_\omega)} + \frac{1}{\mathbf{q}^2/2 + \mathbf{k}\cdot\mathbf{q} + (\omega + i\delta_\omega)} \right], \qquad (26)$$

non $\delta\varpi = \delta$ sign (ϖ) den. Ondoren, (26) ekuazioan geratzen den integrala burutuz, hauxe aurkitzen dugu:

$$\epsilon_{\mathbf{q},\omega} = 1 + \frac{\chi^2}{z^2} \{ \frac{1}{2} + \frac{1}{8z} [1 - (z - u - i\delta_\omega / qk_F)^2] \ln \frac{z - u + 1 - i\delta_\omega / qk_F}{z - u - 1 - i\delta_\omega / qk_F} + \frac{1}{8z} [1 - (z + u + i\delta_\omega / qk_F)^2] \ln \frac{z + u + 1 + i\delta_\omega / qk_F}{z + u - 1 + i\delta_\omega / qk_F} \}, \quad (27)$$

non $z = q / 2k_F$, $u = \omega/qk_F$ eta $\chi = 1 / \sqrt{\pi k_F}$ diren.

δ delakoa nahi dugun bezain txikia deneko limitean, bada, zera dugu:

$$\epsilon_{\mathbf{q},\omega} = \epsilon_1 (\mathbf{q},\omega) + i\epsilon_2 (\mathbf{q},\omega), \quad (28)$$

non

$$\epsilon_1 (\mathbf{q},\omega) = 1 + \frac{\chi^2}{z^2} \{ \frac{1}{2} + \frac{1}{8z} [1 - (z - u)^2] \ln \left| \frac{z - u + 1}{z - u - 1} \right| + \frac{1}{8z} [1 - (z + u)^2] \ln \left| \frac{z + u + 1}{z + u - 1} \right| \} \quad (29)$$

eta

$$\epsilon_2 (q,\omega) = \begin{cases} \frac{\chi^2}{z^2} \frac{\pi}{2} |u|, & z + |u| < 1 \text{ bada;} \\ \frac{\chi^2}{z^2} \frac{\pi}{8z} [1 - (z - u)^2], & |z - |u|| < 1 < z + |u| \text{ bada;} \\ 0, & \text{bestela} \end{cases}$$

diren. Erantzute-funtzio linealaren adierazpen hau Hubbard-ek lortu zuen lehenengo aldiz 1957. urtean[16], eta Lindhard-ek 1954. urtean lorturiko erantzute-funtzio lineal atzeratuaren[3] berdina da ϖ positiboetarako.

3.1.1 Momentu-transfrentzia txikiko limitea

$q << \varpi$ deneko limitean, (27) adierazpenaren bidez adierazitako erantzute-funtzio lineala ondoko adierazpenera laburbiltzen da:

$$\epsilon_{\mathbf{q},\omega} = 1 - \frac{\omega_0^2}{w^2} (1 + \frac{3}{5} k_F^2 \frac{q^2}{w^2} + O [(q/w)^4], \quad (31)$$

non $w = \varpi + \iota\delta$, den, eta ϖ_o, elektroi-gasaren plasmoi-maiztasuna ($\varpi_0^2 = 4\pi\nu$, n, elektroi-dentsitatea izanik).

3.1.2. Maiztasun txikiko limitea

Maiztasun txikiko limitean, erantzute-funtzio lineala ondoko erara adieraz daiteke:

$$\epsilon_{\mathbf{q},\omega} = \epsilon_1 (\mathbf{q},\omega) + i\epsilon_2 (\mathbf{q},\omega), \tag{32}$$

non

$$\epsilon_1 (\mathbf{q},\omega) = 1 + \frac{\chi^2}{z^2} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1 - z^2}{4z} \ln \left| \frac{z+1}{z-1} \right| \right\} \tag{33}$$

eta

$$\epsilon_2 (\mathbf{q},\omega) = \frac{\chi^2}{z^2} \frac{\pi}{2} \mid u \mid \theta (1 - z) \tag{34}$$

diren, q (x) delakoa Heaviside-ren funtzioa izanik.

3.1.3. Pausaguneko elektroi-gasa

Ingurunearen elektroi-gasa osotzen duten elektroien abiadura-banaketa arbuiatuz gero, erantzute-funtzio linealaren pausaguneko elektroi-gasaren hurbilketa lortzen da:

$$\epsilon_{\mathbf{q},\omega} = 1 + \frac{\omega_0^2}{q^4 / 4 - (\omega + i\delta_\omega)^2} \tag{35}$$

Sarritan, pausaguneko elektroi-gasaren hurbilketaren ordez, plasmoi-poloaren hurbilketa erabili ohi da[19]:

$$\epsilon_{\mathbf{q},\omega} = 1 + \frac{\omega_0^2}{\alpha_q^2 - \omega_0^2 - (\omega + i\delta_\omega)^2}, \tag{36}$$

$$\alpha_q^2 = \omega_0^2 + q^4 / 4 + \beta^2 q^2 \tag{37}$$

izanik, erantzute-funtzio linealaren hurbilketa honen zati erreala anulatu egiten deneko $\varpi = \alpha_\theta$ delako lerroa (27) adierazpenaren bidez adierazitako erantzute-funtzio linealari dagokion dispertsio-lerroari gehiago hurbiltzen bait zaio, (35) adierazpeneko erantzute-funtzio linealaren zati erreala anulatu egiten deneko $\sqrt{\varpi_0^2 + q^4/4}$ delakoa baino. (37) adierazpenean, β delakoa elektroi-gasaren abiadura-banaketaren berri ematen duen kantitatea dugu ($\beta^2 = \frac{3}{5} v_F^2$, v_F Fermi-ren abiadura izanik).

Diogun, bestalde, plasmoi-poloaren hurbilketan ere elektroi-hutsuneen sorpenari dagokion erantzute-funtzio linealaren atala arbuiatua dela, pausaguneko elektroi-gasaren hurbilketan gertatzen den bezalaxe.

3.2. Erantzute-funtzio kuadratikoa: $M_{\mathbf{q},\omega;\mathbf{q}_1,\omega_1}$

Zorizko faseen hurbilketan erantzute-funtzio kuadratikoa (19) ekuazioak emandakoa dugu. Orain, K^0 aldagaiarekiko integratuz gero, hauxe aurkitzen dugu:

$$M_{\mathbf{q},\omega,\mathbf{q}_1,\omega_1} = -2 \left(I_{\mathbf{q},\omega;\mathbf{q}_1,\omega_1} + I_{\mathbf{q},-\omega;-(\mathbf{q}-\mathbf{q}_1,-(\omega-\omega_1)} + I_{\mathbf{q}_1,-\omega_1;\mathbf{q}-\mathbf{q}_1,\omega-\omega_1} \right), \tag{38}$$

non

$$I_{\mathbf{q},\omega;\mathbf{q}_1,\omega_1} = \int_{k<k_F} \frac{d^3\,\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \left[\frac{1}{-\mathbf{q}^2/2-\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}+(\omega+i\delta_\omega)} \; \frac{1}{-\mathbf{q}_1^2/2-\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}+(\omega+i\delta_{\omega 1})} \right] \tag{39}$$

den, $\delta\varpi = \delta$ sign (ϖ) izanik. Ondoren, (39) adierazpeneko integrala burutuz, hauxe lortzen da[20]

$$I_{\mathbf{q},\omega;\mathbf{q}_1,\omega_1} = \frac{1}{(2\pi)^2 q q_1 \sin^2\chi} \{(A\cos\chi - A_1)\ln\frac{A-k_F}{A+k_F} + (A_1\cos\chi - A)\ln\frac{A_1-k_F}{A_1+k_F}$$
$$- \sqrt{G^2-k_F^2\sin^2\chi}\,\ln\frac{AA_1-k_F^2\cos\chi+k_F\sqrt{G^2-k_F^2\sin^2\chi}}{AA_1-k_F^2\cos\chi-k_F\sqrt{G^2-k_F^2\sin^2\chi}}\} \tag{40}$$

non

$$A = \frac{\omega + i\delta_\omega - \mathbf{q}^2/2}{q}, \tag{41}$$

$$A_1 = \frac{\omega_1 + i\delta_{\omega_1} - \mathbf{q}_1^2/2}{q_1}, \tag{42}$$

eta

$$G = \sqrt{A^2 - 2\,AA_1\cos\chi + A_1^2} \tag{43}$$

diren, x delakoa, q eta q[1] bektoreek osotzen duten angelua izanik.

δ delakoa nahi dugun bezain txikia deneko limitean, bada, hauxe idatz dezakegu:

non

$$I_1(\mathbf{q},\omega,\mathbf{q}_1,\omega_1) = \begin{cases} \dfrac{1}{(2\pi)^2\, qq_1 \sin^2\chi} \Big\{ \mathrm{Re}\,(A\cos\chi - A_1)\ln\left|\dfrac{\mathrm{Re}(A)-k_F}{\mathrm{Re}(A)+k_F}\right| \\ +\mathrm{Re}(A_1\cos\chi - A)\ln\left|\dfrac{\mathrm{Re}(A_1)-k_F}{\mathrm{Re}(A_1)+k_F}\right| \\ -\sqrt{G_R^2-k_F^2\sin^2\chi}\ln\left|\dfrac{\mathrm{Re}(A)\mathrm{Re}(A_1)-k_F^2\cos\chi+k_F\sqrt{G_R^2-k_F^2\sin^2\chi}}{\mathrm{Re}(A)\mathrm{Re}(A_1)-k_F^2\cos\chi-k_F\sqrt{G_R^2-k_F^2\sin^2\chi}}\right| \\ \qquad G_R^2 - k_F^2\sin^2\chi > 0 \text{ bada,} \\ \dfrac{1}{(2\pi)^2\, qq_1 \sin^2\chi} \Big\{ \mathrm{Re}\,(A\cos\chi - A_1)\ln\left|\dfrac{\mathrm{Re}\,(A)-K_F}{\mathrm{Re}\,(A)+k_F}\right| \\ +\mathrm{Re}(A_1\cos\chi - A)\ln\left|\dfrac{\mathrm{Re}(A_1)-k_F}{\mathrm{Re}(A_1)+k_F}\right| \\ +\sqrt{k_F^2\sin^2\chi - G_R^2}\,\Big[-2\arccos\dfrac{k_F^2\cos\chi - \mathrm{Re}\,(A)\,\mathrm{Re}\,(A_1)}{\sqrt{(k_F^2-\mathrm{Re}(A)^2)\,(k_F^2-\mathrm{Re}(A_1)^2)}} \\ +|\mathrm{sign}(\omega)-\mathrm{sign}(\omega_1)|\,\pi\Big], \\ \qquad \text{bestela,} \end{cases} \tag{45}$$

eta

$$I_2(\mathbf{q},\omega,\mathbf{q}_1,\omega_1) = \frac{\mathrm{Re}(A\cos\chi-A_1)\alpha+\mathrm{Re}(A_1\cos\chi-A)\beta-\sqrt{|G_R^2-k_F^2\sin^2\chi|}\gamma}{4\pi qq_1\sin^2\chi} \tag{46}$$

Hemen,

$$\alpha = \begin{cases} \mathrm{sign}(\omega), & |\mathrm{Re}(A)| < k_F \text{ bada;} \\ 0, & \text{bestela,} \end{cases} \tag{47}$$

$$\beta = \begin{cases} \mathrm{sign}(\omega_1), & |\mathrm{Re}(A_1)| < k_F \text{ bada;} \\ 0, & \text{bestela,} \end{cases} \tag{48}$$

eta

$$\gamma = \begin{cases} \mathrm{sign}(\omega) + \mathrm{sign}(\omega_1), \\ \quad G_R^2 - k_F^2 \sin^2\chi > 0, \mathrm{Re}(A)\mathrm{Re}(A_1) - k_F^2 \cos\chi > 0, -k_F < \mathrm{Re}(A) < 0, -k_F < \mathrm{Re}(A_1) < 0 \mathrm{bada}; \\ -\mathrm{sign}(\omega) - \mathrm{sign}(\omega_1), \\ \quad G_R^2 - k_F^2 \sin^2\chi > 0, \mathrm{Re}(A)\mathrm{Re}(A_1) - k_F^2 \cos\chi > 0, 0 < \mathrm{Re}(A) < k_F, 0 < \mathrm{Re}(A_1) < k_F \mathrm{bada}; \\ \mathrm{sign}(\mathrm{Re}(A) - \mathrm{Re}(A_1))(\mathrm{sign}(\omega) - \mathrm{sign}(\omega_1)), \\ \quad G_R^2 - k_F^2 \sin^2\chi > 0, \mathrm{Re}(A)\mathrm{Re}(A_1) - k_F^2 \cos\chi < 0, |\mathrm{Re}(A)| < k_F, |\mathrm{Re}(A_1)| < k_F \mathrm{bada}; \\ -2\,\mathrm{sign}(\mathrm{Re}(A_1))\mathrm{sign}(\omega), \\ \quad G_R^2 - k_F^2 \sin^2\chi > 0, |\mathrm{Re}(A)| < k_F^2, |\mathrm{Re}(A_1)| > k_F \mathrm{bada}; \\ -2\,\mathrm{sign}(\mathrm{Re}(A))\mathrm{sign}(\omega_1), \\ \quad G_R^2 - k_F^2 \sin^2\chi > 0, |\mathrm{Re}(A)| < k_F^2, |\mathrm{Re}(A_1)| > k_F \mathrm{bada}; \\ 0, \\ \quad \mathrm{bestela}, \end{cases} \tag{49}$$

$$G_R = \sqrt{\mathrm{Re}(A)^2 - 2\mathrm{Re}(A)\mathrm{Re}(A_1)\cos\chi + \mathrm{Re}(A_1)^2} \tag{50}$$

izanik.

(18) adierazpeneko integrakizunean $M_{q,q1}$ delako funtzioa biderkatzen duena q_1 eta $q - q_1$ aldagaien arteko ordezkapenarekiko simetrikoa denez gero, ondoko funtzio simetrizatua eraikitzea erabilgarria dateke:

$$M^S_{\mathbf{q},\omega;\mathbf{q}_1,\omega_1} = \frac{1}{2} \left(M_{\mathbf{q},\omega;\mathbf{q}_1,\omega_1} + M_{-\mathbf{q},-\omega;-\mathbf{q}_1,-\omega_1}\right), \tag{51}$$

non $M_{q,v,q1,o}$ delakoa (38) adierazpenekoa den.

Dakigunez,

$$\lim_{\epsilon\to 0^+} \frac{1}{x \pm i\epsilon} = P\,\frac{1}{x} \mp i\pi\delta(x), \tag{52}$$

eta, ondorioz, erantzute-funtzio kuadratiko simetrizatuaren zati irudikaria ondoko erara adieraz dezakegu:

$$\mathrm{Im}(M^s_{\mathbf{q},\omega;\mathbf{q}_1,\omega_1}) = -[\mathrm{sign}(\omega)H_{\mathbf{q},\omega;\mathbf{q}_1,\omega_1} + \mathrm{sign}(\omega_1)H_{\mathbf{q}_1,\omega_1;\mathbf{q},\omega} + \mathrm{sign}(\omega-\omega_1)H_{\mathbf{q}-\mathbf{q}_1,\omega-\omega_1;\mathbf{q},\omega}], \tag{53}$$

non

$$H_{\mathbf{q},\omega;\mathbf{q}_1,\omega_1} = H_{\mathbf{q},\omega;\mathbf{q}-\mathbf{q}_1,\omega-\omega_1} = f_{\mathbf{q},\omega;\mathbf{q}-\mathbf{q}_1,\omega-\omega_1} - f_{-\mathbf{q},-\omega;-\mathbf{q}_1,-\omega_1} + f_{-\mathbf{q},-\omega;-(\mathbf{q}-\mathbf{q}_1),-(\omega-\omega_1)} \tag{54}$$

den,

$$f_{\mathbf{q},\omega,\mathbf{q}_1,\omega_1} = -\pi P \int_{k<k_F} \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \left[\delta(\mathbf{q}^2/2+\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}-\omega) \frac{1}{\omega_1-\mathbf{q}_1^2/2-\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}_1}\right], \tag{55}$$

izanik. Ondoren, Dirac-en delta funtzioaren popietateetaz baliatuz gero hiru dimentsiotako integral hau bi dimentsiotako integral batetara laburbil dezakegu, eta azken hau analitikoki egin daiteke ondoko emaitza lortzeko:

$$f_{\mathbf{q},\omega,\mathbf{q}_1,\omega_1} = \frac{1}{4\pi q q_1 \sin^2\chi} \Big[\mathrm{Re}(A\cos\chi - A_1) + \sqrt{G_R^2-k_F^2\sin^2\chi}\;\mathrm{sign}\,\mathrm{Re}(A\cos\chi - A_1)\,\Theta(G_R^2-k_F^2\sin^2\chi)\Big]\Theta(k_F - |\,\mathrm{Re}A\,|) \tag{56}$$

non A, Al eta G_R direlakoak (41), (42) eta (50) adierazpenetakoak diren.

3.2.1. Momentu-transfrentzia txikiko limitea

$q << \varpi$ eta $q_1 << \varpi_1$ direneko limitean ondoko erara adieraz daiteke erantzute-funtzio kuadratiko simetrizatua:

$$M^s_{q,w;q1,w1} = -\frac{n}{4}\Big\{ -\frac{|q-q1|^4}{ww_1(w-w_1)^2} + \frac{q^4/w-q_1^4/w_1}{ww_1(w-w_1)} + \frac{(q^2/w^2+q_1^2/w_1^2)\,|\mathbf{q}-\mathbf{q}_1|^2}{(w-w1)^2} + \frac{q^2q_1^2}{w^2w_1^2}\Big\}, \tag{57}$$

non $w = \omega + i\delta_\omega$ den, $w_1 = \omega_1 + i\delta_{\omega_1}$, eta n, elektroi-gasaren dentsitatea.

3.2.2. Maiztasun txikiko limitea

Maiztasun txikiko limitean, hauxe aurkitzen dugu:

$$M_{\mathbf{q},\omega,\mathbf{q}_1,\omega_1} = M_1(\mathbf{q},\omega,\mathbf{q}_1,\omega_1) + iM_2(\mathbf{q},\omega,\mathbf{q}_1,\omega_1), \tag{58}$$

non

$$M_1(\mathbf{q},\omega,\mathbf{q}_1,\omega_1) = -2[I_1(\mathbf{q},\omega,\mathbf{q}_1,\omega_1)+I_1(-\mathbf{q},-\omega,\mathbf{q}_1-\mathbf{q},\omega_1-\omega)+I_1(-\mathbf{q}_1,-\omega_1,\mathbf{q}_1-\mathbf{q},\omega_1-\omega)] \tag{59}$$

den,

$$
I_1(q,\omega,q1,\omega)=\begin{cases}
\dfrac{1}{(2\pi)^2 q q1 \sin^2\chi}\left\{q_F(z_1-z\cos\chi)\ln\left|\dfrac{z+1}{z-1}\right| + q_F(z-z_1\cos\chi)\ln\left|\dfrac{z_1+1}{z_1-1}\right|\right. & , \quad q_R>k_F \text{ bada} \\
\left.-q_R\sin\chi\sqrt{1-k_F^2/q_R^2}\ln\left|\dfrac{k_F(zz_1\cos\chi)+q_R\sin\chi\sqrt{1-k_F^2/q_R^2}}{k_F(zz_1\cos\chi)+q_R\sin\chi\sqrt{1-k_F^2/q_R^2}}\right|\right\} & \\
\dfrac{1}{(2\pi)^2 q q1 \sin^2\chi}\left\{q_F(z_1-z\cos\chi)\ln\left|\dfrac{z+1}{z-1}\right| + q_F(z-z_1\cos\chi)\ln\left|\dfrac{z_1+1}{z_1-1}\right|\right. & \text{bestela} \\
\left.+q_R\sin\chi\sqrt{1-k_F^2/q_R^2}\left[-2\arccos\dfrac{zz_1-\cos\chi}{k_F\sqrt{(1-z^2)(1-z_1^2)}} + |\mathrm{sign}(\omega)-\mathrm{sign}(\omega_1)|\pi\right]\right. , &
\end{cases}
\tag{60}
$$

izanik. eta

$$
M_2^s(\mathbf{q},\omega,\mathbf{q}_1,\omega_1) = \sum_{i=1}^{3} A_i|\omega_i|, \tag{61}
$$

$$
A_i = \begin{cases} \dfrac{1}{\pi q q_1 |\mathbf{q}-\mathbf{q}_1|} (1-k_F^2/q_R^2)^{-1/2}\mathrm{sign}(\cos\Theta_i), & q_i<2k_F \text{ eta } q_R>k_F \text{ bada;} \\ 0, & \text{bestela} \end{cases} \tag{62}
$$

izanik. Adierazpen hauetan, $z = q/2k_F$ eta $z_1 = q_1/2k_F$; bestalde, q_R delakoa q, q_1 eta q - q_1 bektoreek osotzen duten triangelua zirkunskribatu egiten duen zirkunferentziaren erradioa da, eta θ_i triangelu honetako qi bektorearen aurkako angelua.

3.2.3. Pausaguneko elektroi-gasa

Elektroi-gas estatikoaren hurbilketan, hauxe aurkitzen dugu:

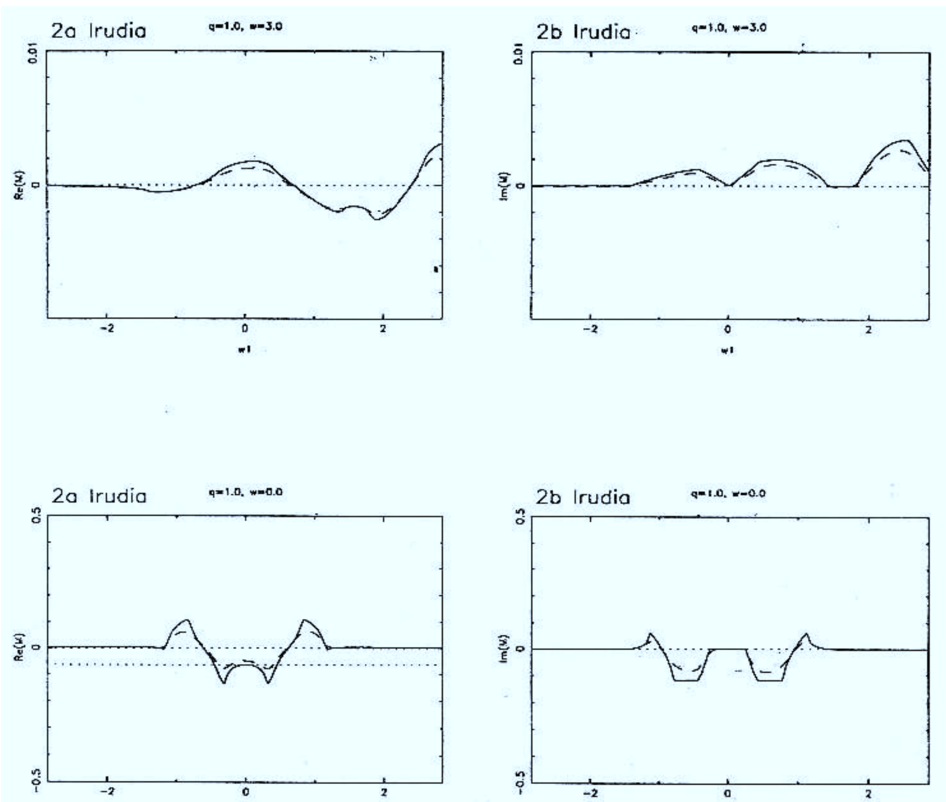
$$
M^s_{\mathbf{q},\omega,\mathbf{q}_1,\omega_1} = -\frac{n}{4}\left\{-ww_1|q-q_1|^4 - w(w-w_1)q_1^4 + w_1(w-w_1)q^4/+(w-w_1)^2q^2q_1^2 \right.
$$
$$
\left. +(w^2q_1^2+\ +w_1^2q^2)|\mathbf{q}-\mathbf{q}_1|^2 + \frac{1}{2}\ q^2q_1^2|\mathbf{q}-\mathbf{q}_1|^2(q^2+q_1^2+|\mathbf{q}-\mathbf{q}_1|^2)\right\} \tag{63}
$$
$$
/\{|w^2-q^4/4]\ [w_1^2-q_1^4/4]\ [(w-w_1)^2-|\mathbf{q}-\mathbf{q}_1|^4/4]\}
$$

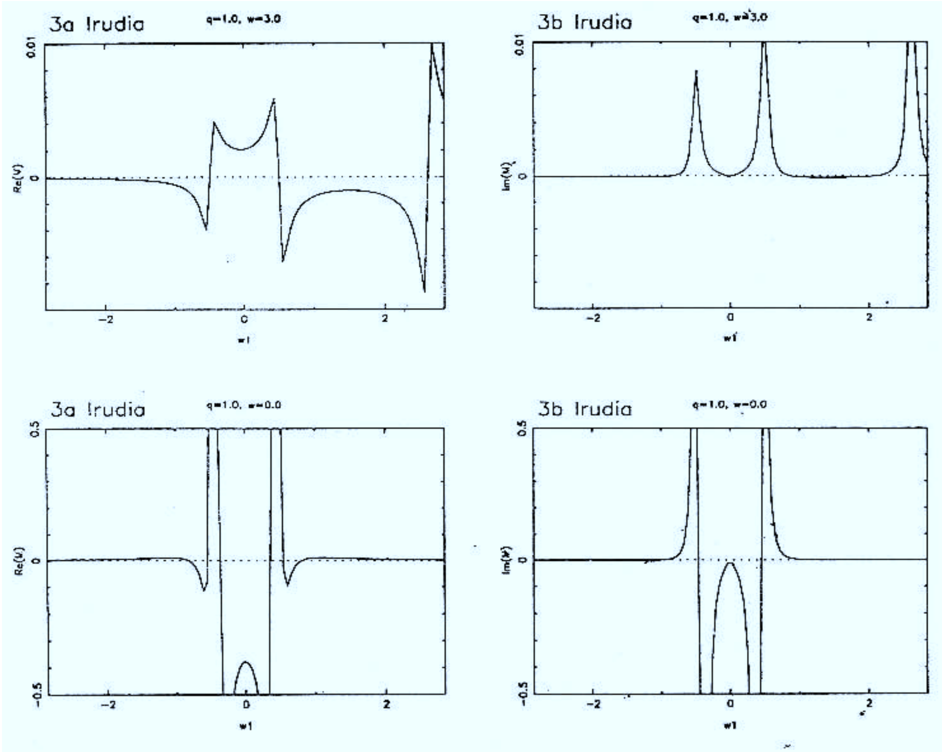
Berehala froga daitekeenez, azken adierazpen hau (57)-arekin bat dator, $q << \varpi$ eta q1 $<< \varpi_1$ direneko limitean, $q << \varpi$ deneko limitean (35) adierazpena (31)-rekin bat datorren bezalaxe.

4. EMAITZAK

(18) adierazpenaren bidez ematen den balaztatze-indarraren Z_1^3-arekiko proportzionala den ekarpena kalkulatzekotan, $\mathrm{Re}(M_{\mathbf{q},\omega;\mathbf{q}_1,\omega_1}\ \epsilon_{\mathbf{q}_1,\omega_1}\ \epsilon_{\mathbf{q}-\mathbf{q}_1,\omega-\omega_1})$ delako funtzioaren q_1, ϖ_1 eta x aldagaiekiko integrala kalkulatu beharra dago. Hortaz, bada, funtzio honek aldagai hauekiko duen menpekotasuna nolakoa den ezagutzea erabilgarria suertatzen delarik, 2-7 irudietan zorizko faseen hurbilketan eta elektroi-gasaren r_s delako parametroaren 2.07 baliorako lorturiko (51) adierazpeneko erantzute-funtzio kuadratikoaren nolakotasuna erakusten da, kontsidera daitezkeen funtzio honen kasuan kasuko limiteekin konparaturik.

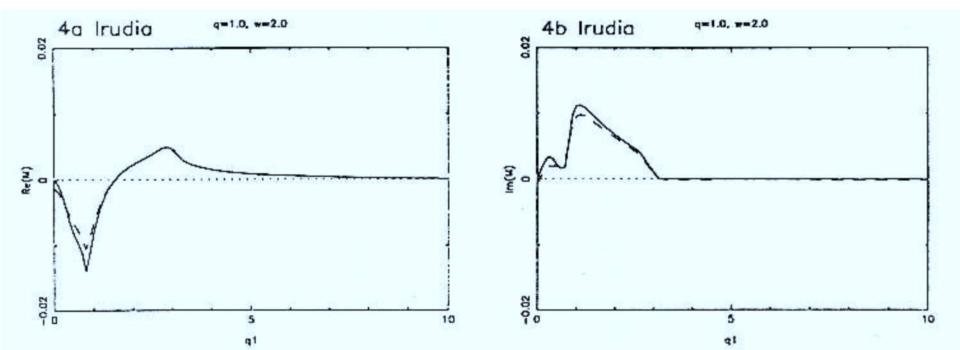
2 eta 3 irudietan $M_{q},\varpi; q_{1},\varpi_{1}$ delako funtzioaren zati erreala (2a,3a) eta zati irudikaria (2b,3b) irudikatzen dira, ϖ_1 aldagaiaren funtzioan, q eta ϖ direlako aldagaien balio ezberdinetarako (q = 1, ϖ = 3; q = 1, ϖ = 0, eta q = 0.1, ϖ = 0), q_1 = 1 eta x = 0.9 harturik, hurbilketa ezberdinetan: zorizko faseen hurbilketari dagozkion adierazpen zehatzak erabiliz (2 irudia), 6 delakoak zerorantz jotzen dueneko limitean (lerro jarraiak) eta 6 = $\varpi_0/10$ denean (zatikako lerroak), eta pausaguneko elektroi-gasaren hurbilketan (3 irudia); puntukako lerroek maiztasun txikiko limitea erakusten dute.

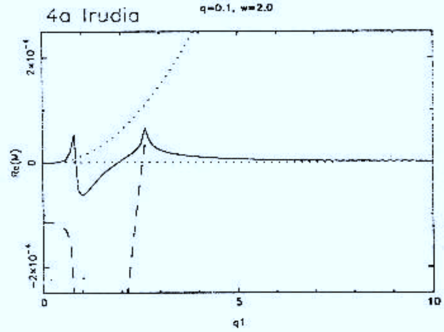


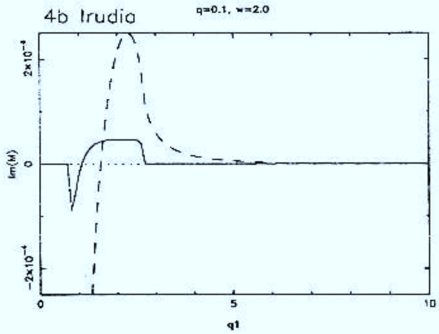


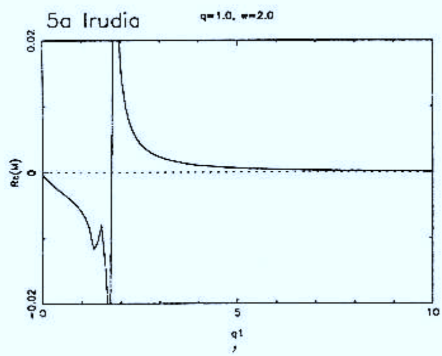
4 eta 5 irudietan aurreko irudietan adierazitako funtzio berberak erakusten dira, q_l aldagaiaren funtzioan, q eta ϖ direlako aldagaien balio ezberdinetarako $(q = 1$, $\varpi = 2$; $q = 0.1$, $\varpi = 2$, eta $q = 0.1$, $\varpi = 0)$, $\varpi_1 = 1$ eta x = 0.9 harturik. Irudi hauetan puntukako lerroek $q << \varpi$ eta $q_l << \varpi_1$ direneko limitea erakusten dute.

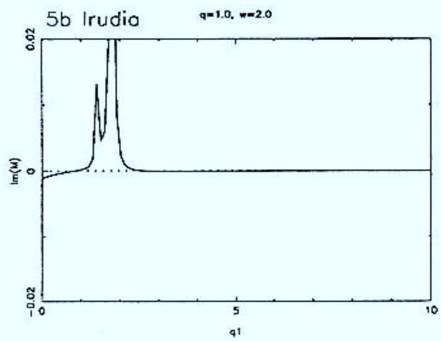
Bestalde, 6 eta 7 irudietan 2 eta 3 irudietan adierazitako funtzio berberak erakusten dira, x aldagaiaren funtzioan, q eta ϖ direlako aldagaien balio ezberdinetarako $(q = 1$, $\varpi = 2$; $q = 1$, $\varpi = 0$, eta $q = 0.1$, $\varpi = $ Q), $q_l = 1$ eta q = 1 harturik.

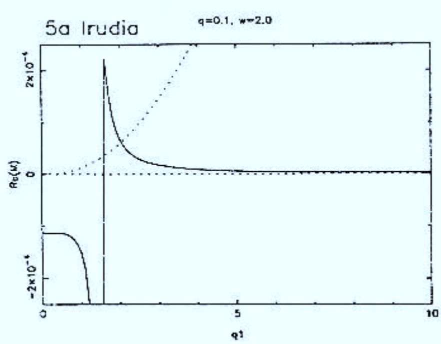



4a Irudia
q=0.1, w=2.0
Re(W)
q1

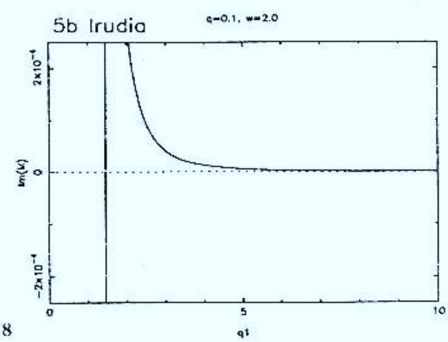

4b Irudia
q=0.1, w=2.0
Im(W)
q1

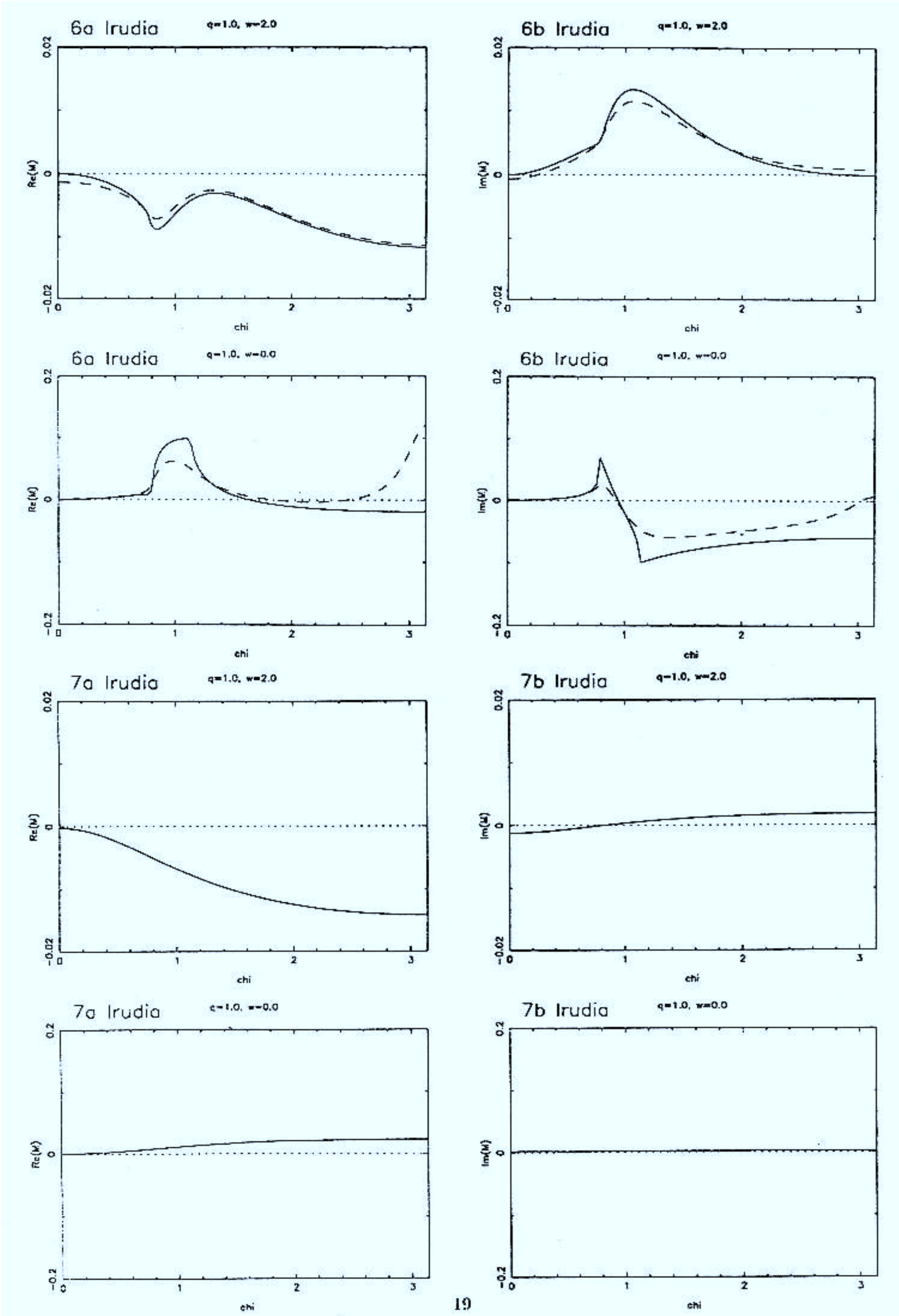

5a Irudia
q=1.0, w=2.0
Re(W)
q1


5b Irudia
q=1.0, w=2.0
Im(W)
q1


5a Irudia
q=0.1, w=2.0
Re(W)
q1

18


5b Irudia
q=0.1, w=2.0
Im(W)
q1


6a Irudia
q=1.0, w=2.0
Re(M)
chi
6b Irudia
q=1.0, w=2.0
Im(M)
chi
6a Irudia
q=1.0, w=0.0
Re(M)
chi
6b Irudia
q=1.0, w=0.0
Im(M)
chi
7a Irudia
q=1.0, w=2.0
Re(M)
chi
7b Irudia
q=1.0, w=2.0
Im(M)
chi
7a Irudia
q=1.0, w=0.0
Re(M)
chi
7b Irudia
q=1.0, w=0.0
Im(M)
chi
19

Azkenik, balaztatze-indarraren Z_1^2 eta Z_1^3-arekiko proportzionalak diren ekarpenak kalkulatu dira, (6) eta (18) adierazpenetaz baliaturik, hurrenez hurren, berauek abiadura txikiko limitearekin nahiz abiadura handiko limitean baliagarria gerta daitekeen pausaguneko elektroi-gasaren hurbilketan lorturiko emaitzarekin konparatuz. Bereziki, abiadura txikiko limitean, non erantzute-funtzio lineala tetramomentuaren laugarren osagaiarekiko proportzionala den, ondoko erara berridatz daitezke (6) eta (18) adierazpenak, behin abiaduraren bigarren ordenako eta ordena altuagoko gaiak arbuiatuz gero:

$$-\frac{d\mathbf{E}^{(2)}}{dx} = \frac{2Z_1^2}{\pi} \quad v \int_0^\infty dq q^2 \mathrm{Im}(-\epsilon_{\mathbf{q},\omega}^{-1}/\omega) \tag{64}$$

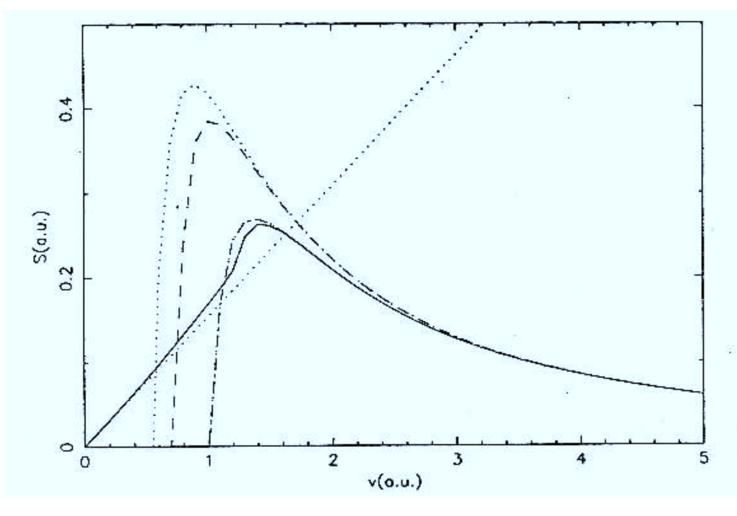
eta

$$-\frac{dE^{(3)}}{dx} = \frac{16Z_1^3}{3\pi} \; v^3 \int_0^\infty dq q^2 \mathrm{Im}(-\epsilon_{\mathbf{q},\omega}^{-1}/\omega) \int_{-1}^{1} d\chi \int_0^\infty dq' \; \frac{\mathrm{Re}[M_{\mathbf{q},\omega;\mathbf{q}_1,\omega_1}) \; \epsilon_{\mathbf{q}_1,\omega_1}^{-1} \; \epsilon_{\mathbf{q}-\mathbf{q}_1,\omega-\omega_1}^{-1}]}{q_1^2 \mid \mathbf{q}-\mathbf{q}_1 \mid^2} \;, \tag{65}$$

$\varepsilon\, q, \varpi$ eta $M_q, \varpi\, q_1. \varpi_1$, direlakoak erantzute-funtzio lineal eta kuadratikoen maiztasun txikiko limiteak izanik. Hemen, aurreko adierazpenetan bezala, x delakoak q eta q_1 bektoreek osotzen duten angelua adierazten du.

8 irudian (6) adierazpenaz baliaturik lorturiko balaztatze-indarraren Z_1^2-arekiko proportzionala den ekarpena adierazten da, abiaduraren funtzioan eta $r_s = 2.07a_0$ harturik, zorizko faseen hurbilketan lorturiko erantzute-funtzio linealaren (28) adierazpena erabiliz. Irudi honetan, (64) adierazpenaz baliaturik lorturiko abiadura txikiko limitea ere adierazten da, puntukako lerroaren bidez, bai eta erantzute-funtzio linealaren pausaguneko elektroi-gasaren hurbilketa erabiliz lorturiko emaitza (zatikako lerroa) eta (7) adierazpenaren bidez adierazitako abiadura handiko limitea (puntukako lerroa) ere. Zati-puntukako lerroak(-.-) erantzute-funtzio linealaren plasmoi-poloaren hurbilketa erabiliz lorturiko emaitza adierazten du.

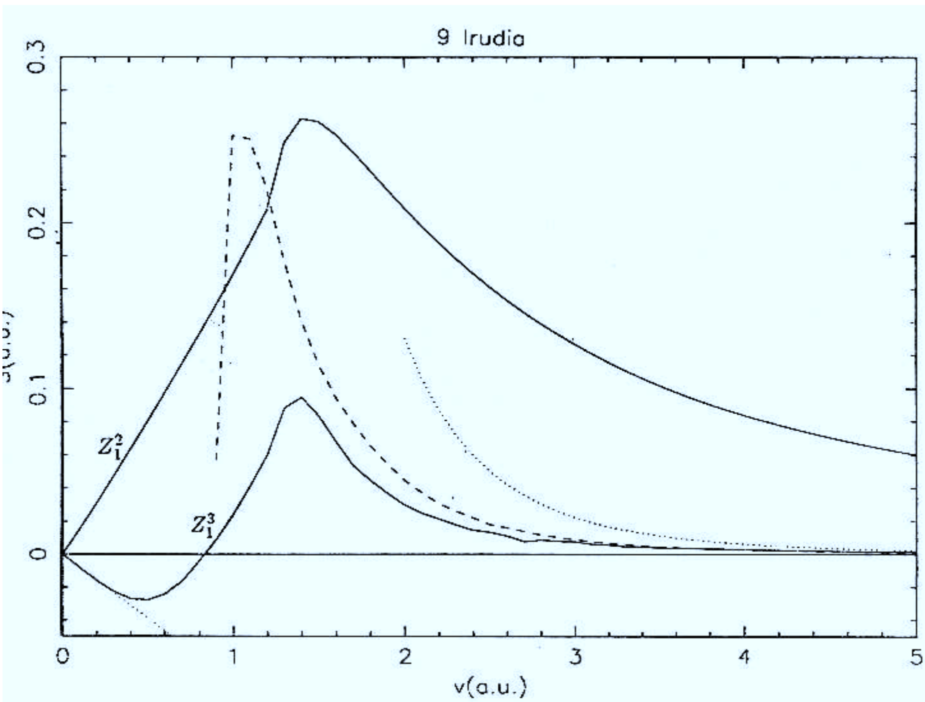
8 Irudia



9 irudian (18) adierazpenaz baliaturik lorturiko balaztatze-indarraren Z_1^3-arekiko proportzionala den ekarpena adierazten da, abiaduraren funtzioan eta r_s= 2.07% harturik, zorizko faseen hurbilketan lorturiko erantzute-funtzio linealaren eta erantzute-funtzio kuadratikoaren (28) eta (51) adierazpenak erabiliz, hurrenez hurren. Irudi honetan, 8 irudian bezala, (65) adierazpenaz baliaturik lorturiko abiadura txikiko limitea (puntukako lerroa), erantzute-funtzio lineal nahiz kuadratikoaren pausaguneko elektroi gasaren hurbilketa erabiliz lorturiko emaitza (zatikako lerroa) eta abiadura handitarako Lindhard-ek antzemandako limitea (puntukako lerroa) ere adierazten dira. Azken hau ondokoa dugu:

$$-\frac{dE^{(3)}}{dx} = \frac{3}{2}\pi\frac{\omega_0^3}{v^5} Z_1^3 \ln\frac{2v^2}{\omega_0} , \tag{66}$$

ϖ_0 delakoa elektroi-gasaren plasmoi-maiztasuna izanik. Halaber, 9 irudian balaztatze-indarraren Z_1^2-arekiko proportzionala den ekarpena adierazten da, zorizko faseen hurbilketan, Z_1^3-arekiko proportzionala den ekarpenarekin konparatu ahal izateko.



Diogun, azkenik, (18) adierazpena lortzeko orduan elektroi-hutsune eta plasmoi bakunen kitzikapenaren bidezko energi galerak baino ez direla kontsideratu, eta elektroi-hutsune eta plasmoi anizkoitzei legozkiekeen prozesuak, beraz, arbuiatu egin dira. Prozesu hauen ekarpena, aldiz, abiadura handitarako arbuiagarria bada ere, abiadura txikiko limitean garrantzi handikoa da eta kontutan hartu beharrekoa genuke, beraz. Izan ere, honetan datza 9 irudian erakutsitako abiadura txikiko limitearen eta Hu-k eta Zaremba-k[21] kalkulaturikoaren arteko ezberdintasuna, berau 22 eta 23 erreferentzietan argitzen delarik.

5. ONDORIOAK

Lan honetan, materia zeharkatzen ari den Z_1e kargadun partikula baten eta ingurunea osotzen duen elektroi-gasaren arteko anitz gorputzen elkarrekintzaren azterketa xehatua egin da, eremuen teoria kuantikoan garaturiko anitz gorputzen perturbazioen teoriaz baliaturik, eta balaztatze-indarraren Z^2_1-arekiko nahiz Z^3_1-arekiko proportzionalak diren ekarpenak kalkulatzeko adierazpen analitikoak lortu dira, erantzute-funtzio lineal eta kuadratikoaren funtzioan.

Erantzute-funtzio lineal eta kuadratikoa kalkulatzeko beharrezkoak diren adierazpen analitikoak erakutsi dira, zorizko faseen hurbilketan, beraien maiztasun eta momentu-transferentzia txikiko limiteak nahiz pausaguneko elektroi-gasaren hurbilketa azalduz. Ondoren, erantzute-funtzio kuadratiko simetrizatuaren adierazpen analitikoa lortu da, eta beraren kalkulu numerikoa burutu da, aldagaien zenbait baliotarako.

Azkenik, balaztatze-indarraren Z^3_1-arekiko proportzionala den ekarpenaren kalkulua burutu da lehenengo aldiz, abiaduraren funtzioan eta zorizko faseen hurbilketan, orain arte eginik zeuden abiadura txikiko eta abiadura handiko limiteekin konparaturik.

6. BIBLIOGRAFIA

1. E. Bonderup, *Penetration of charged particles through matter* (University of Aarhus, 1978).
2. H.A. Bethe, Ann. Phys. (Leipzig) 5 325 (1930).
3. J. Lindhard, Dans. Vidensk. Selsk. Mat.-Fys. Medd. 28 no.8 (1954).
4. W.H. Barkas, N.J. Dyer H.H. Heckman, Phys. Rev. Lett. 11 26 (1963); 11 138(E) (1963).
5. H.H. Andersen, H. Simonsen H. Sorensen, Nucl. Phys. A 125 171 (1969); L.H. Andersen, P. Hvelplund, H. Knudsen, S.P. Moller, J.O.P. Pedersen, E. Uggerhoj, K. Elsener E. Morenzoni, Phys. Rev. Lett. 62 1731 (1989).
6. J.C. Ashley, RH. Ritchie & W. Brandt, Phys. Rev. B 5 2393 (1972); 8 2402 (1973); 10 737 (1974).
7. J.D. Jackson & R.L. McCarthy, Phys. Rev. B 6 4131 (1972).
8. K.W. Hill & E. Merzbacher, Phys. Rev. A 9 156 (1974).
9. J. Lindhard, Nucl. Instrum. Methods 132 1 (1976).
10. H. Esbensen, Ph.D. thesis, University of Aarhus, 1977 (unpublished); H. Esbensen and P. Sigmund, Ann. Phys. 201 152 (1990).
11. F. Bloch, Ann. Phys. (Leipzig) 16 285 (1933).
12. R.H. Ritchie & W. Brandt, Phys. Rev. A 17 2102 (1978).
13. C.C. Sung & R.H. Ritchie, Phys. Rev. A 28 674 (1983).
14. J.M. Ziman, *Elements of Advanced Quantum Theory* (Cambrifge University Press, Cambridge, 1969).
15. R.H. Ritchie, Phys.Rev. 114 644 (1959).
16. J. Hubbard, Proc. Phys. Soc. (London) A243 336 (1957).
17. J.M. Pitarke, R.H. Ritchie & P.M. Echenique, 14th International Conference on Atomic Collisions in Solids, University of Salford, UK, 1991.
18. T.D. Schultz, *Quantum Field Theory and fhe Many-Body Problem* (Gordon and Breach Science Publishers, Inc., New York, 1964); A.L. Fetter & J.D. Walecka, *Quantum Theory of Many-Partide Systems* (McGraw-Hill, New York, 1971).

19. B.I. Lundqvist, Phys. kondens. Materie 6, 206 (1967). Ikus bedi ere P.M. Echenique, F.Flores R.H. Ritchie, Solid State Physics, Vol 43 (H. Ehrenreich & D. Turbull eds., Academic Press, New York, 1990).
20. R. Cenni & P. Saracco, Nuclear Phys. A487 279 (1988).
21. C.D. Hu and E. Zaremba, Phys. Rev. B 37 9268 (1988).
22. J.M. Pitarke, R.H. Ritchie & P.M. Echenique, Nucl. Intsrum. Methods B 79 209, (1993); J.M. Pitarke, Elhuyar 18, no. 1-2, 26 (1992).
23. J.M. Pitarke, R.H. Ritchie, P.M. Echenique & E. Zaremba, Europhys. Lett. 24 613 (1993).