

Las matemáticas no solamente están relacionadas con la cultura humana, sino que forman parte de ella. Este artículo pretende reflexionar sobre la relación entre las matemáticas y la cultura a partir de tres ejemplos concretos: el origen del número escrito, la cuarta dimensión y el cubismo, y la presencia de las matemáticas en la literatura actual.

Palabras Clave: Matemáticas. Cultura. Arte. Escritura. Número. Cubismo. Cuarta dimensión. Literatura.

Matematikak giza kulturarekin lotuta daude, baina, are gehiago, giza kultura ere osatzen dute. Artikulu honetan, matematikaren eta kulturaren arteko loturari buruzko hausnarketa egin nahi dugu, hiru adibide hauek oinarritzat hartuta: zenbaki idatziaren jatorria, laugarren dimentsioa eta kubismoa, eta matematikek gaur egungo literaturan duten presentzia.

Giltza-Hitzak: Matematikak. Kultura. Artea. Idazketa. Zenbakia. Kubismoa. Laugarren dimentsioa. Literatura.

Les mathématiques sont non seulement associées à la culture humaine ; elles en font partie intégrante. Cet article est une réflexion sur la relation entre les mathématiques et la culture à partir de trois exemples concrets : l'origine du chiffre écrit, la quatrième dimension et le cubisme, ainsi que la présence des mathématiques dans la littérature actuelle.

Mots-Clés : Mathématiques. Culture. Art. Écriture. Chiffre. Cubisme. Quatrième dimension. Littérature.

# Cultura con M de matemáticas:

## una visión matemática del arte y la cultura

(Culture with M of Mathematics:  
a mathematical view of art and culture)

**Ibáñez Torres, Raúl**

UPV/EHU. Facultad de Ciencia y Tecnología.

Dpto. de Matemáticas.

Barrio Sarriena, s/n. 48940 Leioa

raul.ibanez@ehu.eus



Pues bien Adso, usaremos las ciencias matemáticas. Solo en las matemáticas, como dice Averroes, existe identidad entre las cosas que nosotros conocemos y las que se conocen de un modo absoluto.

–Entonces reconoced que admitís la existencia de conocimientos universales.

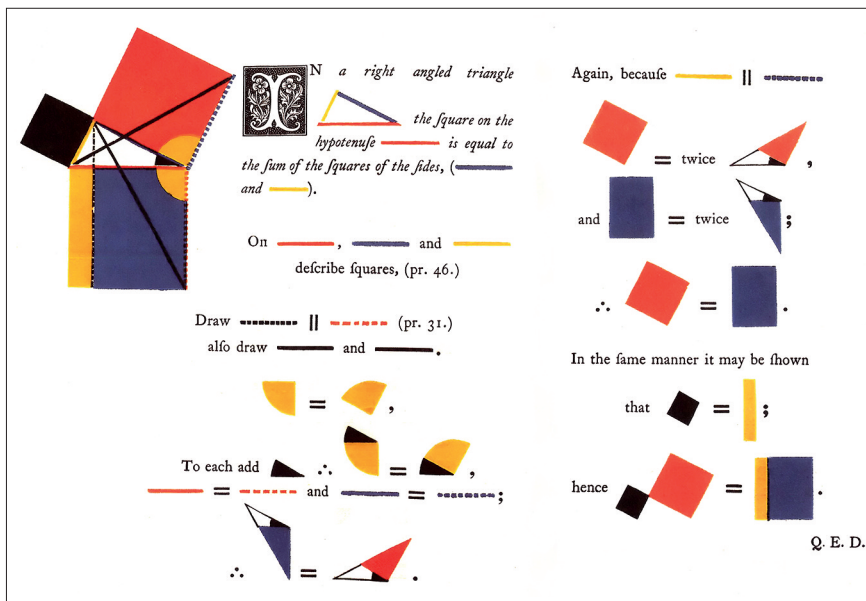
–Los conocimientos matemáticos son proposiciones que construye nuestro intelecto para que siempre funcionen como verdaderas, porque son innatas o bien porque las matemáticas se inventaron antes que las otras ciencias.

*El nombre de la Rosa*, 1982, Umberto Eco

*Cultura con M de matemáticas: una visión matemática del arte y la cultura* es el nombre de un curso de verano de la Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea, dirigido por los profesores del Departamento de Matemáticas Pedro Alegría, Raúl Ibáñez y Marta Macho, y que se viene organizando desde el año 2010. El objetivo de este curso de verano es analizar, estudiar, reflexionar y conversar sobre la relación existente entre las matemáticas y el arte, y en general, la cultura. Los ponentes de *Cultura con M de matemáticas*, son tanto personas del ámbito de las matemáticas, como de la cultura. Artistas, diseñadoras, compositoras y estudiosas de la música, periodistas, escritoras, poetas, cineastas, cocineras o humoristas, entre otras, cada una de ellas mostrando su visión particular de la relación entre las matemáticas y la cultura. Pero hay que añadir además, que una de las ideas centrales que impregnan la organización de este curso de verano es evidenciar las matemáticas como parte de la cultura humana.

Pero, ¿son las matemáticas, y la ciencia en general, parte de la cultura? Si buscamos en la literatura especializada la definición de cultura, vemos que este no parece un concepto fácil de definir. Por ejemplo, en un texto clásico como *Culture. A critical review of concepts and definitions* (1952), de los antropólogos A.L. Kroeber y C. Kluckhohn, se recogieron más de 164 definiciones diferentes [15].

La definición más clásica de este concepto se debe al antropólogo inglés Edward B. Tylor (*Primitive culture*, 1871), quien establece que la cultura es “...



Teorema de Pitágoras en la edición gráfica y coloreada de Oliver Byrne (1897), de *Los Elementos* de Euclides

aquel todo complejo que incluye el conocimiento, las creencias, el arte, la moral, el derecho, las costumbres, y cualesquiera otros hábitos y capacidades adquiridos por el hombre. La situación de la cultura en las diversas sociedades de la especie humana, en la medida en que puede ser investigada según principios generales, es un objeto apto para el estudio de las leyes del pensamiento y la acción del hombre". Tylor establece una definición básica que se ha convertido en referencia obligada en el desarrollo del concepto de cultura, así como la necesidad e interés del estudio de la cultura en las diferentes sociedades, o grupos sociales.

Tras la definición de Tylor ha existido una extensa discusión sobre el término cultura, que se ha mantenido activa hasta la actualidad. Por ejemplo, el antropólogo Franz Boas (*The Mind of Primitive Man*, 1911) escribe que "puede definirse la cultura como la totalidad de las reacciones y actividades mentales y físicas que caracterizan la conducta de los individuos componentes de un grupo social, colectiva e individualmente, en relación a su ambiente natural, a otros grupos, a miembros del mismo grupo y de cada individuo hacia sí mismo. También incluye los productos de estas actividades y su función en la vida de los grupos. La simple enumeración de estos varios aspectos de la vida no constituye, empero, la cultura. Es más que todo esto, pues sus elementos no son independientes, poseen una estructura."

Muchas de estas definiciones, como la de Boas o la siguiente del antropólogo norteamericano Ralph Linton (*The Study of a Man*, 1936), "cultura es la suma de conocimientos y modelos de comportamiento que tienen en común y transmi-

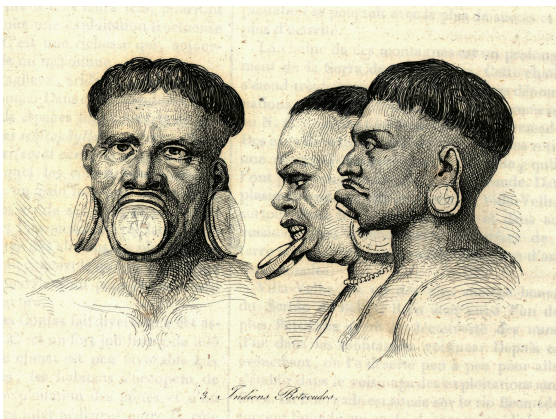
ten los miembros de una sociedad particular”, son generalistas, pero cuando enumeran los aspectos concretos que, según los autores, caracterizan a la cultura y que son el centro de su estudio, no difieren mucho del listado planteado por Tylor. Creencias, costumbres, moral, organización social y política, derecho, arte, lenguaje, herramientas o tecnología, pero no se incluye de forma explícita la ciencia. Incluso en algunos casos se la menciona como un elemento propio de la civilización, en contraposición con la cultura.

Tan solo nos encontramos unos pocos autores en el texto de Kroeber y Kluckhohn [15], como los sociólogos F. Oppenheimer (1922) o C. A. Ellwood (1927), que consideran a la ciencia como una de las expresiones de la cultura.

### Números primitivos

En pleno siglo XX aún existían pueblos “primitivos” cuyos sistemas para contar eran muy básicos, solo disponían de palabras para 1 y 2, los demás números eran una composición aditiva de estos, el número 3 recibía el nombre  $2 + 1$ ,  $4 = 2 + 2$ ,  $5 = 2 + 2 + 1$ , y así hasta el número más alto que utilizaran. Entre ellos estaban “los bosquimanos del África austral, los zulúes y los pigmeos del África central, los botocudos del Brasil, los indios de Tierra de Fuego, los kamilarai y los aranda de Australia, los indígenas de las Islas Murray o los vedas de Ceilán” [13].

La lengua de los botocudos solamente contenía dos vocablos de números, para 1 y 2, el 3 se decía “dos y uno” y el 4 “dos y dos”, cualquier cantidad mayor era un número enorme, y se señalaban la cabeza dando a entender “es una cantidad tan grande como el número de pelos de la cabeza”.



Dibujo de tres botocudos de *Voyage pittoresque dans les deux Amériques* (1836), de Alcide d'Orbigny. [https://archive.org/details/bub\\_gb\\_RaJYAAAA-MAAJ\\_2](https://archive.org/details/bub_gb_RaJYAAAA-MAAJ_2)

Las palabras en la lengua de los bosquimanos para “uno” y “dos” eran *xa* y *t’oa*. Incluso tenían una palabra específica para el número “tres”, ‘*quo*, pero a partir de ahí utilizaban el sistema de contar por pares, 4 era *t’oa – t’oa* ( $4 = 2 + 2$ ), 5 *t’oa – t’oa – ta* ( $5 = 2 + 2 + 1$ ) o 6 *t’oa – t’oa – t’oa* ( $6 = 2 + 2 + 2$ ). Este método les permitía contar hasta el número 10.

Sorprende que a lo largo de más de un siglo, los investigadores de las ciencias sociales que han estudiado el concepto de cultura, y la cultura en sí misma, hayan mantenido al conocimiento científico fuera de la misma. Si analizamos las diferentes definiciones, más allá de los listados explícitos de las expresiones culturales, e interrogamos a las mismas sobre si la ciencia responde a ellas, descubriremos que la respuesta es, sin lugar a dudas, positiva.

Por ejemplo, cuando se habla de la cultura como “*suma de conocimientos*” o “*las actividades mentales y físicas que caracterizan la conducta de los individuos componentes de un grupo social [... así como] los productos de estas actividades y su función en la vida de los grupos*”, o también, “*todo aquello que debemos conocer o creer de manera que podamos proceder de una forma aceptable para los miembros de esa sociedad*” y “*la forma de las cosas en la mente de las personas, sus modelos para percibir, relacionar e interpretarlas*” (W. Goodenough, *Cultural Anthropology and Linguistics*, 1957), o “*lo que la gente piensa, lo que hace o los productos que genera*” (J. H. Bodley, *Cultural Anthropology: Tribes, States and the Global Systems*, 1994), la ciencia no solo no queda excluida de esas definiciones, sino que se manifiesta inexorablemente como una de las expresiones de la cultura.

Sin embargo, la brecha entre ciencia y cultura no se ha establecido solamente en los estudios de las ciencias sociales, sino que ha calado durante mucho tiempo en la propia sociedad. La mayoría de las personas, salvo quizás quienes mantienen una cierta relación con el mundo científico, participan de esa idea. Más aún, no solo la ciencia no forma parte de la cultura, sino que las personas se sorprenden cuando se muestran ejemplos concretos de relación entre ambas. La ciencia es para ellas algo ajeno,

|    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |
|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 7  | 10 | 13 | 15  | 17  |
|    |    |    |    | ⊥  | ⊥  | +  | +  | ⊥⊥  | ⊥⊥  |
| 20 | 22 | 25 | 27 | 30 | 33 | 35 | 36 | 40  | 42  |
| ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥  | ⊥⊥  |
| 45 | 46 | 48 | 50 | 52 | 55 | 58 | 60 | 65  | 70  |
| ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥  | ⊥⊥  |
| 75 | 80 | 84 | 85 | 87 | 90 | 95 | 97 | 100 | 135 |
| ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥ | ⊥⊥  | ⊥⊥  |

$$\text{⊥||} + \text{⊥||} = \text{⊥|||}$$

Sistema de numeración, en base 40 pero con signos especiales para 5, 10 y 20, desarrollado por los molineros del valle de Arratia en el siglo XII. Sistemas similares, algunos en base 20, se desarrollaron en diferentes partes de Euskalherria [2]

o al menos, lo ha sido hasta hace poco. Incluso en un texto como la *Declaración universal sobre la diversidad cultural* (2002) de la UNESCO [22], nos encontramos que “la cultura debe ser considerada como el conjunto de los rasgos distintivos espirituales y materiales, intelectuales y afectivos que caracterizan a una sociedad o a un grupo social y que abarca, además de las artes y las letras, los modos de vida, la manera de vivir juntos, los sistemas de valores, las tradiciones y las creencias”, y no se menciona entre ellos a la ciencia.

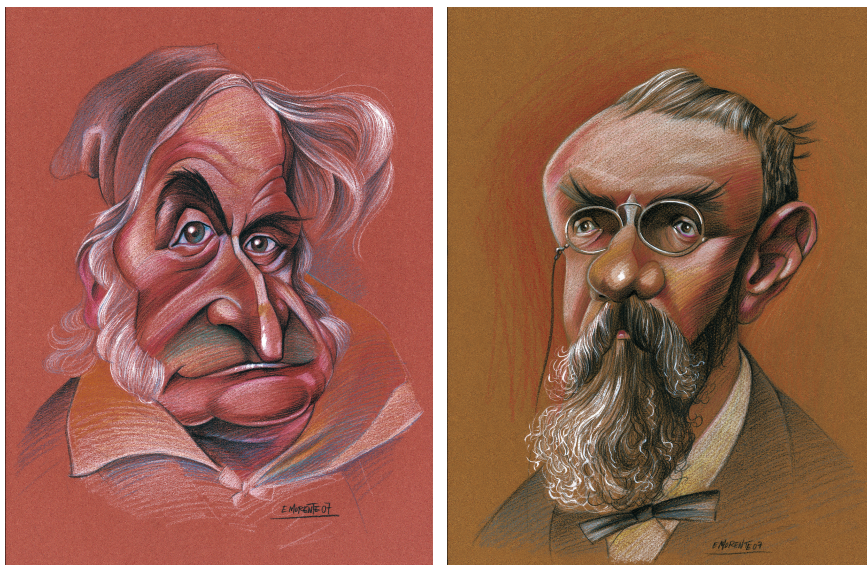
En las últimas décadas, se viene proclamando desde algunos ámbitos de la cultura, pero especialmente por parte de las personas que trabajamos en la divulgación científica, la falsedad de la existencia de dos culturas distintas, y enfrentadas, la cultura humanista, que es la que la sociedad en su conjunto considera como la única cultura existente y que denomina cultura “a secas”, y la cultura científica, término introducido desde la divulgación de la ciencia como parte de la reivindicación de esta como una expresión de la cultura.

Es cierto que la sociedad está reconociendo cada vez más la importancia de la ciencia y de la tecnología para su propio progreso y el del conocimiento, e incluso, se ha empezado a interesar en los diferentes aspectos de la misma, gracias a la importante labor que las personas que trabajan en la divulgación científica están realizando, sin embargo, sigue percibiéndola como un elemento completamente ajeno a la cultura.

De hecho, si centramos nuestra atención en otro de los usos del término cultura, en ocasiones, denominado “alta cultura” (véase la obra *Culture and Anarchy*, Matthew Arnold, 1869), que son el conjunto de conocimientos que se considera que debe poseer una persona culta, con una educación superior, estos están centrados en las humanidades. Una persona culta se supone que debe conocer hechos históricos relevantes, como pueden ser las revoluciones francesa o industrial, pero puede desconocer el significado y relevancia de la revolución científica, debe conocer las características de algunos movimientos artísticos, como el gótico, el barroco, el cubismo o el surrealismo, pero no tener ni idea de qué son algunas teorías científicas tan importantes como la evolución de Darwin, la relatividad, el principio de incertidumbre o el Big Bang, debe de conocer quienes eran personajes como Mozart, Shakespeare, Rubens, Picasso, Gaudí, Lenin, Churchill, Martin Luther King, Marx, Freud o Chaplin, sin embargo, no hace falta saber quienes eran Gauss, Newton, Rutherford, Lavoisier, Marie Curie, Watson y Crick, Pasteur, Tesla, Poincaré o Jane Goodall, debe haber leído a Cervantes, Shakespeare, García Márquez, Kafka o Borges, pero puede no haber visto nunca una demostración, incluso sencilla como el teorema de Pitágoras o la existencia de infinitos números primos, ni haber leído un solo artículo de divulgación científica.

Pudiera pensarse que la división de la población en personas de ciencias y de letras es algo similar a una persona que tiene gato o perro, simplemente una elección personal, inofensiva, relacionada con el carácter de las personas, o que la existencia de dos culturas enfrentadas, la humanista y la científica, es simplemente un elemento más que describe a la sociedad, pero sin graves consecuencias. Sin embargo, la brecha existente entre las dos culturas, aunque cada vez





Caricaturas de Gauss y Poincaré, realizadas por Enrique Morente, para la exposición *El Rostro humano de las matemáticas* (Real Sociedad Matemática Española)

sea menor, sí tiene secuelas en nuestra sociedad, tanto en lo personal, como en lo social. En palabras de C. P. Snow, autor de la conferencia *Las dos culturas* (1959), “Esto es grave para nuestra vida creativa, intelectual y, sobre todo, normal. Nos lleva a interpretar erróneamente el pasado, a juzgar mal el presente y a negar nuestras esperanzas sobre el futuro”.

A lo largo de este artículo, recogiendo la filosofía del curso *Cultura con M de matemáticas*, vamos a intentar mostrar las matemáticas como parte de la cultura humana. Para lo cual no vamos a iniciar una discusión teórica sobre los motivos que justifican la consideración de las matemáticas como una expresión de la cultura, sino que realizaremos un recorrido por diferentes ejemplos que van a permitirnos mostrar a las matemáticas profundamente interrelacionadas con las demás partes de la cultura, no pudiendo ser separada realmente de ellas, sin afectar a la propia cultura.

## 1. La historia

Como disciplina es una ciencia social cuyo objetivo es el estudio del pasado de la humanidad, de los hechos realmente acontecidos desde sus orígenes hasta el presente. Una cuestión importante, y que sigue siendo fruto de debate entre los historiadores, es la selección de los hechos relevantes que deben ser objeto de estudio, sucesos políticos, sociales, artísticos, culturales, económicos, etcétera.

Pero en ese debate podemos incluir una nueva variable. A pesar de la importancia de las aportaciones científicas a la humanidad y su desarrollo, la historia no suele considerar los avances científicos y tecnológicos, por muy relevantes que puedan ser, como objeto de estudio y los considera solo de interés para la historia de la ciencia, que no es un área dentro de la historia, sino de la ciencia. El origen de los números, la forma y tamaño de la Tierra, la teoría heliocéntrica, la revolución científica, el sistema métrico decimal o el origen de las especies, son algunos hechos relevantes, no solo para la ciencia, sino para la humanidad.

Por otra parte, los historiadores definen la historia, y así se enseña en las aulas, como el período de tiempo que transcurre desde la aparición de la escritura hasta la actualidad. La invención de la escritura supuso un avance intelectual muy importante para el ser humano, puesto que requería que la mente humana desarrollase una capacidad de abstracción significativa, y cambió completamente su existencia. La escritura permite plasmar los pensamientos en papel, recoger con precisión el lenguaje hablado y es un medio de expresión y de comunicación que posibilita guardar los registros de forma duradera.

Simplificando la cuestión, puesto que los diferentes pueblos de la antigüedad fueron desarrollando de forma independiente sus propias formas de comunicación oral y escrita, puede decirse que la escritura fue inventada a finales del milenio IV a.c. en Sumeria, la región comprendida entre el Tigris y el Éufrates, en el sur de Mesopotamia.

Llama la atención que cuando se enseña en las clases de historia el origen de la escritura, o incluso cuando lo estudian los propios historiadores, no se mencione o no se haga un mayor hincapié en la invención del número escrito, es decir, de la escritura numérica, o más aún, en el origen de los propios números. Este es un asunto que se supone que deben de estudiar los historiadores de las matemáticas, como un elemento fundamental para esta ciencia, pero no para la humanidad, luego no constituye un elemento importante para la investigación y enseñanza de la historia.

Sin embargo, la invención de los números también cambió la existencia de los seres humanos. Los números son una herramienta fundamental en nuestra sociedad, que permiten medir, establecer una ubicación física o temporal, cuantificar, ordenar y clasificar, identificar, comprar-vender, de hecho, desarrollar toda la economía, o codificar. Pero además, su creación necesitó también de un significativo proceso de abstracción. Más aún, la invención de la escritura de los números se produce justo antes de la propia escritura, pero no como algo casual, sino que el número escrito acompañó a la palabra escrita en su nacimiento. En palabras de Antonio Durán en *Vida de los números* [4], “los números ejercieron de matrona de la escritura”.

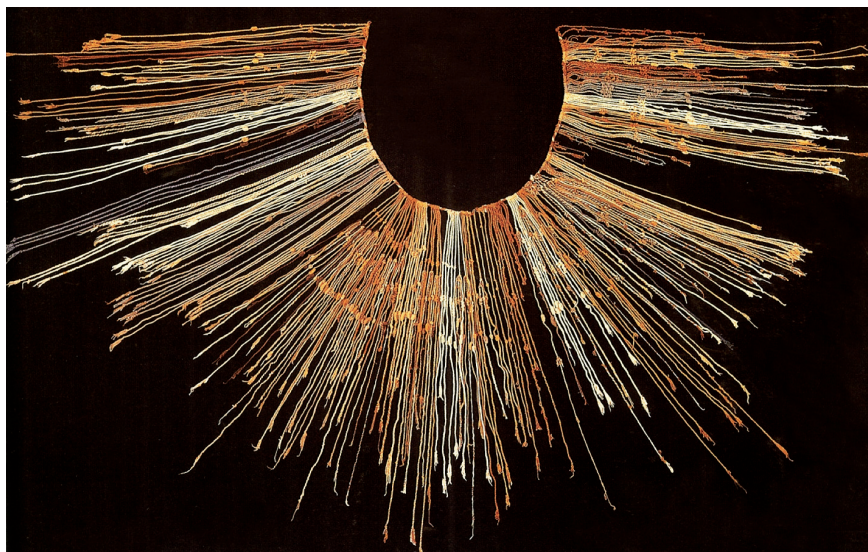
El origen de los números, así como su grafía, fue un proceso sumamente complejo, que tuvo muchos protagonistas en diferentes partes del planeta y se desarrolló a lo largo de varios milenios.

La primera etapa hacia la creación de los números en la existencia del ser humano fue tomar conciencia de que podía conocerse si dos conjuntos tenían la

misma cantidad de objetos, sin que existiera aún la idea de número. La clave estaba en establecer una relación “uno a uno” entre los elementos de ambos conjuntos. Igual que nosotros sabemos en una sala de conferencias que el aforo está completo si todas las personas están sentadas, relación “uno a uno” entre sillas y asistentes, aunque si hay sillas vacías habrá menos personas y más si hay personas de pie.

Hace milenios los pastores podían comprobar, sin conocer los números, si todas las ovejas que habían sacado a pastar por la mañana regresaban a la tarde. Para ello, debían de colocar una piedra en un recipiente por cada oveja que salía a pastar, y cuando regresaban, iban sacando una piedra por cada animal que llegaba. Sabían que habían regresado todas si al final no quedaba ningún guijarro en el recipiente, y que se había perdido alguna oveja si aún quedaban piedras.

Pero además, se produce un avance significativo hacia el concepto de número al introducir el ser humano una familia de objetos de referencia, ya sean estos los dedos de las manos, piedras, nudos, muescas en un palo o hueso, para poder asociar cualquier cantidad de animales, plantas u objetos con el mismo número del conjunto de referencia. Así, dos ovejas se correspondían con dos dedos, dos muescas o dos piedras, y cinco personas con cinco. Este es el origen del concepto de número desarrollado por la humanidad, así como el proceso de contar asociado, operación que consiste en añadir un objeto más de referencia por cada nuevo sujeto a contar. Esos elementos de referencia “inventados” se podían utilizar para “contar” cualquier tipo de objetos y eran manejados por todas las personas de una misma zona.



Quipu, sistema de cuerdas y nudos para la contabilidad e incluso como calendario, de los Incas. Colección del Museo Larco (Perú). [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Inca\\_Quipu.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Inca_Quipu.jpg)



El anterior fue un proceso de abstracción que duró varios milenios. Las primeras evidencias de registros numéricos, tengamos en cuenta que si se utilizaban las manos, otras partes del cuerpo humano, piedras o materiales degradables el registro desaparecía, son de hace más de 30.000 años, un hueso (peroné) de baibino con 29 muescas y un hueso (tibia) de lobo con 57, agrupadas de 5 en 5.

El siguiente avance lo constituyó la invención de la base de la numeración. La dificultad para representar números cada vez mayores utilizando los dedos de la mano o por acumulación de muescas, nudos o guijarros, así como para comprender el valor del número representado, hizo que se empezaran a agrupar en grupos de 5 o 10, o incluso otras cantidades como 20 o 60. Es decir, cada 5 o 10 muescas o piedras, se marcaba una diferente, que tenía el valor de 5 o 10 de los normales, al igual que en el juego del mus en el que uno de los jugadores amacena las piedras y el otro los amarracos, que valen 5 piedras.

Georges Ifrah, en *Historia universal de las cifras* [13], describe un pueblo de Madagascar que para contar el número de guerreros, estos pasaban en fila y cada uno depositaba un guijarro en un agujero, cuando llegaba el décimo este extraía las diez piedras del mismo y en su lugar se colocaba una en un segundo hoyo, reservado a las decenas. Y se empezaba de nuevo a amontonar guijarros en el primer agujero hasta que llegaba el soldado número 20, momento en que se vaciaba esa primera concavidad y se colocaba un segundo guijarro en la segunda. Cuando el segundo hoyo, el de las decenas, llegaba a su vez a los 10 guijarros, se vaciaba y se pasaba uno a un tercer agujero, para indicar las centenas, y así sucesivamente. De esta forma, si el número de guerreros era 473, quedaban 3 guijarros en la primera concavidad, 7 en la segunda y 4 en la tercera. Muchos pueblos han utilizado el 10 como base, debido a que nuestras manos fueron el primer sistema de referencia y la primera calculadora del ser humano. Pero esta misma idea en la que se basan los malgaches es la que se utiliza en el ábaco.

De forma paralela al desarrollo del concepto de número, se fueron desarrollando las operaciones aritméticas. En Kenia cuando iba a salir una expedición militar, cada guerrero masai depositaba un guijarro en un montón, y a la vuelta cada superviviente cogía uno del mismo. De esta forma, el más sencillo algoritmo para la resta, se tenía conocimiento de las pérdidas sufridas, ya fueran muertos o prisioneros.

Un tema de estudio muy interesante es el de los sistemas de numeración que se fueron generando en la antigüedad por los diferentes pueblos, así como los algoritmos para el cálculo de las operaciones aritméticas básicas que se desarrollaron. Pero regresemos al tema central de este apartado, cómo, y porqué, se desarrolló la escritura de los números y qué relación tuvo con la invención de la escritura.

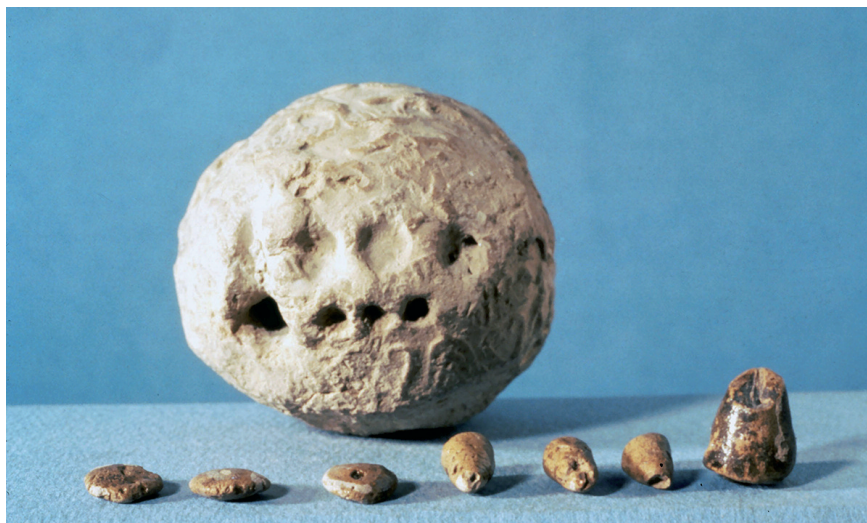
Situémonos ahora en Sumeria hacia el 4.000 a.c. El ser humano hacía tiempo que había dejado su vida nómada, había empezado a desarrollar la agricultura y la ganadería, y fruto de todo ello, se originó el comercio, primero el intercambio de productos, y posteriormente, la compra-venta. Empezó a vivir en

grandes asentamientos, en ciudades, lo que llevó a la organización y gobierno de las mismas, a la creación de servicios y a un mayor comercio. El número y la aritmética se hicieron fundamentales en ese nuevo tipo de vida, y en particular, en toda la contabilidad que se originó.

En Sumeria los números fueron representados por “cálculos”, objetos de barro de diferentes formas y tamaños (un cono pequeño 1, bola pequeña 10, cono grande 60, cono grande perforado 600, bola grande 3.600 y bola grande perforada 36.000), que como observamos tenían como base el 60 (más el número 10), y se desarrolló una aritmética adaptada a este sistema de numeración. Aunque la forma y valor de los “cálculos” fue variando.

Alrededor del año 3.500 a.c. los sumerios ven la necesidad de guardar constancia de las informaciones numéricas asociadas a las transacciones económicas. Por ejemplo, la cantidad a pagar en una venta de ovejas o un registro del número caballos. Para ello se representaba la cantidad utilizando los “cálculos” necesarios, conos y bolas, y se introducían estos en el interior de una bola esférica de arcilla fresca, que se cerraba y al secarse conservaba dentro la información numérica, de manera que para comprobar en su momento la cantidad se rompía la bolsa de arcilla y se miraba la cantidad representada por los “cálculos”. Podríamos decir que ese fue el primer recibo de la historia.

Con el fin de no tener que romper la bolsa de arcilla si se quería comprobar en más de una ocasión la cantidad, o para asegurar que la bolsa no había sido manipulada, se empezaron a marcar los “cálculos” sobre el exterior de la bolsa de arcilla fresca. De esta forma observando el exterior de la bolsa de arcilla ya se conocía la cantidad representada en el interior.



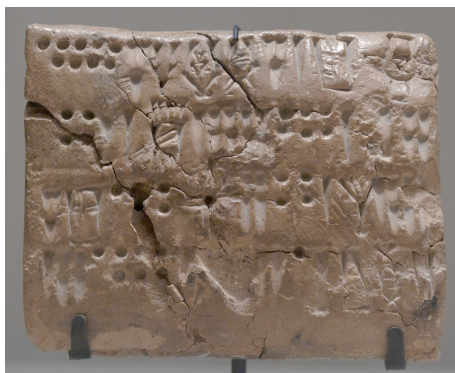
Bolsa de arcilla cerrada con cálculos marcados, 3300 a.c., Susa, Irán. ([www.lamentiraestaahfuera.com](http://www.lamentiraestaahfuera.com))

Los sumerios se percataron de que realmente no necesitaban los “cálculos” que estaban dentro de la esfera de arcilla, bastaba con observar las impresiones en el exterior para conocer el número representado en la misma. Por este motivo, se empezaron a utilizar tablillas frescas de arcilla sobre las que se presionaban los “cálculos” y quedaba registrado el número contable. Como lo importante eran las marcas que quedaban impresas en la arcilla, y no los propios “cálculos”, se empezaron a realizar esas marcas con un sencillo buril imitando las formas impresas, que irían derivando a una grafía cuneiforme.

En las primeras tablillas de arcilla, atendiendo a las tablillas sumerias arcaicas conservadas, se consignaban solamente las cantidades, sin especificar a qué se referían estas, y una única tablilla para cada cantidad. Tampoco quedaba registrada la propia naturaleza de la operación contable, una compra-venta, un reparto, un inventario de bienes, etcétera. Eran simplemente registros numéricos.



Tablilla de arcilla con marcas impresas representando el número 63. ([www.lamentiraestaahifuera.com](http://www.lamentiraestaahifuera.com))



Tablilla sumeria del periodo Uruk, en Susa, 3200-2700 a.c. © Marie-Lan Nguyen. [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Economic\\_tablet\\_Susa\\_Louvre\\_Sb15439.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Economic_tablet_Susa_Louvre_Sb15439.jpg)

Las transacciones económicas se fueron multiplicando, así como los registros contables de las mismas, por lo que hacia el 3.100 a.c. se empezaron a incluir diferentes registros en una misma tablilla y a utilizarse pictogramas, que son los primeros signos de la escritura, para indicar los objetos a los que se refería cada cantidad de la tablilla (cereales, ovejas, caballos, jabalíes, pan, ropa, etc). Estos pictogramas que al principio solo registraban objetos, poco a poco fueron incorporando otros significados, por ejemplo, acciones. Así mismo, se empezaron a combinar varios pictogramas para obtener nuevos significados. Fue el nacimiento de la escritura.

A lo largo de los siguientes siglos, esos pictogramas acabarían derivando en un lenguaje escrito en el que las imágenes, los signos, representaban sonidos del lenguaje oral (hacia el 2.800-2.700 a.c.).

Como explica Ibrah, la imagen de un horno deja de emplearse en las tablillas para significar el objeto, sino que pasa a expresar el sonido “ne”, que era la palabra sumeria para horno. O la representación gráfica de una flecha, cuyo vocablo en sumerio es “ti”, se utiliza para representar este sonido. Como vida se decía también “ti” en sumerio, el signo escrito de la flecha sirvió también para designar a la vida. La flecha pasó a representar, no un objeto, sino un fonema. La palabra sumeria para herrero era “ti-bi-ra”, y se representaba por tanto con tres signos, el primero de los cuales era una flecha. El carácter deja de ser un pictograma, para convertirse en un fonograma.

En conclusión, la invención de los números es un hecho de gran relevancia para la humanidad y por tanto, debe de constituir un elemento de interés para las ciencias sociales, y en particular, para la historia. Además, no puede comprenderse bien el origen de la escritura si no se estudia el inicio de la escritura numérica.

## 2. Las artes plásticas: pintura

Si observamos el arte de los siglos XX y XXI, pero de hecho lo mismo ocurre a lo largo de toda la historia del arte, descubriremos que existe una interesante y fructífera relación entre las matemáticas y el arte, en particular, las artes plásticas. Incluso, centrándonos únicamente en la participación de la “ciencia de Pitágoras” en el “arte de Miguel Ángel”, veremos que esta es poliédrica: temática, estructural, como herramienta de cálculo, inspiradora de la creatividad artística, filosófica, e incluso como herramienta para el estudio y análisis de las obras artísticas.

Analicemos un ejemplo que muestra la enriquecedora presencia de las matemáticas en las artes plásticas, pero también las negativas consecuencias para la historia del arte, luego para la cultura, que puede tener el no considerar a las matemáticas como parte de esta última.

A mediados del siglo XIX se produjo una doble revolución geométrica con el descubrimiento de las geometrías no euclídeas y el nacimiento de la geometría (diferencial) multidimensional. El trabajo matemático de Nikolai Lobachevsky (1792-1856), Carl F. Gauss (1777-1855) y Bernhard Riemann (1826-1866), entre otros, tuvo una profunda repercusión en las matemáticas y la ciencia de finales del siglo XIX y principios del XX. Lo normal habría sido que dicha revolución geométrica pasara desapercibida para los miembros de la sociedad de la época, por muy importante que, desde la óptica científica, pudieran ser esas teorías matemáticas (por ejemplo, precursoras de la teoría de la relatividad). Sin embargo, la sociedad acabó interesándose por estas cuestiones y, en especial, la cuarta dimensión se convirtió en un tema de interés cultural, llegando a ser incluso un asunto habitual en las tertulias de los cafés.

Un hecho peculiar en relación a la popularidad social que alcanzó la cuarta dimensión es que fueron los propios matemáticos quienes iniciaron la divulgación

de estas teorías matemáticas mediante conferencias, artículos y libros, primero dirigidos a la comunidad científica, y posteriormente, al público general. La cuarta dimensión (en un sentido espacial, o como mucho referido al espacio-tiempo continuo, y sin relación con la teoría de la relatividad posterior) acabaría calando profundamente en la cultura.

Los científicos utilizaron los espacios multidimensionales para intentar describir el universo, y en general, se convertirían en una herramienta útil para la ciencia. Los filósofos meditaron sobre el concepto de espacio, la forma y estructura del universo, nuestra propia existencia, así mismo, la cuarta dimensión contribuyó al desarrollo de sistemas filosóficos idealistas. Los teólogos se acercaron a la cuarta dimensión como camino para conocer y teorizar sobre Dios, el cielo y el infierno, las almas, los espíritus o las experiencias místicas hacia realidades superiores. Místicos, espiritistas, teósofos o supuestos profetas también hicieron uso del universo que la cuarta dimensión abría ante ellos. Los escritores utilizaron en sus obras los aspectos más fascinantes de la misma, visitas de seres tetradiimensionales, viajes a otras dimensiones, universos paralelos o viajes en el tiempo. Para los artistas significó la ruptura con la perspectiva renacentista, un nuevo lenguaje y una realidad superior. Y la sociedad en general acabó fantaseando con la posibilidad de que nosotros, o nuestros espíritus, viviéramos dentro de un espacio de dimensión cuatro.

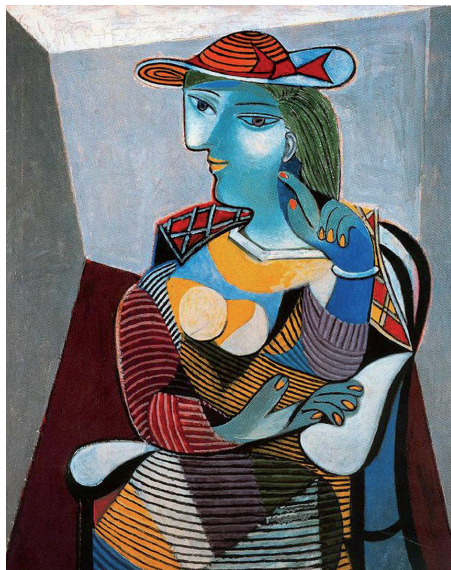
La cuarta dimensión fue un símbolo de liberación y fuente de nuevas ideas para los artistas de la época, en particular, para el movimiento cubista. La existencia de un espacio de dimensión superior, de una realidad superior, contribuyó a romper con la perspectiva renacentista, que había dominado el arte durante cinco siglos, a huir de la “realidad visual” marcada por la visión-proyección de un ojo tridimensional.

Los pintores franceses Albert Gleizes (1881-1953) y Jean Metzinger (1883-1956), dos de los cubistas más teóricos, en su libro *Sobre el Cubismo* (1912), explican que el pintor cubista no trata de pintar al objeto como él, o una persona cualquiera, lo ve, como correspondería a la perspectiva, sino que intentan pintar al objeto tal cual es. Más aún, el crítico Maurice Raynal (1884-1954) en un artículo en *Comoedia Illustré* (1913), escribe “*Los primitivos en lugar de pintar los objetos como ellos los veían, los pintaban como los pensaban, y esta es precisamente la ley que los cubistas han readaptado, amplificado, y codificado bajo el nombre de cuarta dimensión*”.

La solución que toman los cubistas para romper con la perspectiva e intentar pintar al objeto tal cual es, y no como se ve, es introducir diferentes puntos de vista sobre el objeto en el cuadro. Un ejemplo que nos puede ayudar a entender los múltiples puntos de vista en un mismo cuadro es la obra de Picasso, *Retrato de Marie-Thérèse Walter*, que aunque fuera del período cubista (según el historiador del arte Douglas Cooper, comprendido entre los años 1907-1921) nos ilustra perfectamente las diferentes perspectivas en un mismo cuadro.

En esta obra Picasso pinta a su compañera desde distintos puntos de vista. Ya el sombrero nos indica dos puntos de vista diferentes del observador,





Retrato de Marie-Thérèse Walter (1937), Picasso. © Sucesión Pablo Picasso, VEGAP, Madrid, 2016



Dos desnudos (1910-11), Metzinger. © Jean Metzinger, VEGAP, Donostia-San Sebastián, 2016

uno por encima del mismo y otro por debajo. La cara de este joven amor de Picasso requiere un punto de vista para cada uno de sus ojos, otro para los labios, un cuarto para la nariz, y además, otro para el pelo. En el cuerpo podemos distinguir también más de una perspectiva. La silla necesita por lo menos dos puntos de vista, como muestran sus brazos. El suelo posiciona al observador por encima de esta mujer, mirando de arriba hacia abajo, mientras que el techo está pintado mirando de abajo hacia arriba.

Sin embargo, la técnica utilizada por los cubistas en los primeros años fue romper la figura en muchos pequeños planos, cada uno de los cuales muestra un punto de vista distinto, que en su conjunto conforman la imagen del objeto o persona en el cuadro con la intención de dar la sensación de ver al mismo pintado desde “todos” los puntos de vista. La imagen adquiere de esta forma cierta complejidad que recuerda a las representaciones de los objetos tetradimensionales. Un ejemplo de esta técnica cubista lo encontramos en cuadros de la época del cubismo analítico de Picasso, como por ejemplo, *Retrato de Ambroise Vollard* o *Mujer con mandolina* (1910). Así como en muchas de las primeras obras cubistas de Metzinger, como *Nude* (1908), en referencia a este cuadro el galerista y mecenas Marius de Zayas (carta a Stieglitz, 1910) escribe “ve todo geoméricamente... para él una cabeza representa una cierta figura geométrica, el torso otra y así. La cuarta dimensión no es suficiente para él, por lo que aplica toda la geometría”, *La hora del té* (1911) o *Bailarina en el café* (1912), o de sus compañeros Braque, Delauny o Gleizes, entre otros.

### La cuarta dimensión

En una recta, que es un espacio de dimensión 1, tenemos un grado de libertad, nos podemos mover a la derecha o a la izquierda. Si ahora pudiéramos movernos en una nueva dirección, perpendicular a la anterior, hacia delante o atrás, estaríamos en un plano, con dos grados de libertad. Si nos podemos mover en una dirección perpendicular al plano, hacia arriba o abajo, se obtiene el espacio tridimensional. Si ahora nos pudiéramos mover en una dirección perpendicular a las anteriores (aunque esto sea difícil de imaginar), hacia ana o kata (según la nomenclatura del matemático Charles H. Hinton, 1853-1907), estaríamos en el espacio tetradimensional.

A finales del siglo XIX los científicos utilizaron la analogía dimensional para intentar explicar la cuarta dimensión. Describieron universos de dimensión dos (como el descrito en el libro *Planilandia, un romance de muchas dimensiones*, 1884, de Edwin A. Abbott, 1838-1926), de forma que los problemas que tenían sus habitantes para entender la tercera dimensión, podían ayudar a superar nuestros problemas para comprender un espacio de dimensión cuatro. Por ejemplo, conocer cómo nos vería un ser que habita el espacio tetradimensional.

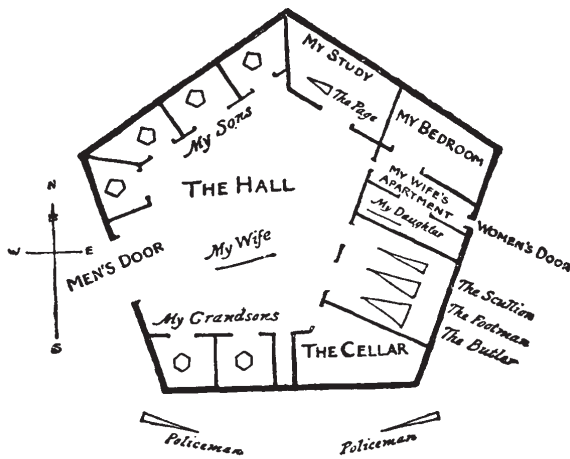


Imagen de una casa pentagonal en Planilandia con sus habitantes geométricos planos

Cuando en nuestro espacio tridimensional miramos a una persona, vemos un lado de su superficie exterior, una imagen plana, salvo por la profundidad que nos proporciona la disposición de nuestros dos ojos. De la misma forma, cuando un habitante de Planilandia, que es un ser plano, mira a otro habitante, lo que ve es una especie de segmento rectilíneo,

salvo la profundidad. Sin embargo, cuando un habitante de la tercera dimensión mira a Planilandia, a uno de sus habitantes, ve todo su perímetro exterior, por todos los lados, así como todo su interior, estómago, intestino, corazón o pulmón. Si colocamos una moneda de un euro sobre una mesa y miramos con nuestro ojo situado a la altura de la superficie de la misma, obtendremos una visión similar a la de los habitantes de Planilandia cuando miran a un sacerdote, que es un círculo. Sin embargo, si miramos desde encima de la mesa, veremos el perímetro de la moneda, pero también su cara, el interior del círculo.



Pero, ¿cómo nos vería a nosotros, seres tridimensionales, un hiper-ser? Siguiendo la analogía dimensional podemos decir que vería toda nuestra superficie exterior, pecho, espalda, pies, cabeza, por todas partes, y también todo nuestro interior, corazón, pulmones, hígado, venas o huesos. Con un solo vistazo vería todo a la vez.

Una cuestión central en la relación de la cuarta dimensión (espacial) con el cubismo, y en particular, con la ruptura con la perspectiva renacentista es la discusión sobre lo que vería el ojo de un hipotético habitante de la cuarta dimensión cuando mirase a una persona o un objeto tridimensional. Podría ver toda la superficie exterior del objeto tridimensional al mismo tiempo, es decir, lo vería desde todos los puntos de vista a la vez (aunque también su interior), que es precisamente la solución planteada por los cubistas en su ruptura con la perspectiva.

Para los cubistas, y otros artistas pertenecientes a las vanguardias, la cuarta dimensión, y en general, las geometrías no euclídeas y los espacios multidimensionales, significaron mucho más. Ante todo fue un símbolo de ruptura con el arte anterior basado en la perspectiva renacentista que los artistas relacionaban con el espacio euclídeo tridimensional. El nuevo concepto de espacio geométrico llamó la atención de unos artistas que en ese momento estaban buscando una nueva realidad estética, y filosófica. Las nuevas geometrías representaron un acerca-



miento alternativo a las visiones idealistas de una realidad superior que soportaron el nacimiento del arte abstracto. Para las diferentes vanguardias la cuarta dimensión se convirtió en un símbolo de liberación, una fuente de nuevas ideas, un nuevo lenguaje y una nueva concepción del espacio, pero fue además una metáfora que permitió a cada movimiento y cada artista relacionarlo con diferentes conceptos. El espacio infinito, el movimiento (espacio-tiempo continuo), la memoria, la gravedad o el misticismo.

Pero detengámonos un momento en este punto. Si miramos los estudios de historia del arte sobre el cubismo, o los textos de referencia sobre el movimiento cubista, las vanguardias o el arte del siglo XX, descubriremos que no existen referencias a la cuarta dimensión (espacial) hasta la década de 1970. Varios

pueden ser los motivos de esta ausencia. El primero, por supuesto, que las geometrías no euclídeas y la geometría multidimensional no tuvieron ninguna, o muy poca, influencia sobre el cubismo y las vanguardias. Una segunda explicación podría ser que los historiadores del arte, debido a su desconocimiento de la cuarta dimensión y la geometría, pasaron por alto un tema que no acababan de comprender, o simplemente, pensaron que un concepto matemático no podía tener relevancia en el arte. La primera historiadora del arte en poner de manifiesto esta relación fue Linda D. Henderson [6], y hoy en día este es un hecho aceptado en la historia del arte.



En *Hombre en el café* (1912), Juan Gris hace uso de la razón áurea

Los artistas cubistas que más relación tuvieron con las nuevas geometrías fueron los miembros del Grupo de Puteaux, también conocido como Section d'Or (sección de oro), en referencia a su interés por

la razón áurea. Entre sus miembros encontramos a Jean Metzinger, Albert Gleizes, el madrileño Juan Gris (1887-1927), los franceses Henri Le Fauconnier (1881-1946), Fernand Léger (1881-1955), Robert Delaunay (1885-1941), los tres hermanos Jacques Villon (1875-1963), Raymond Duchamp-Villon (1885-1941) y Marcel Duchamp (1887-1968), el francés de origen hispanocubano Francis Picabia (1879-1953), el teósofo checo Frantisek Kupka (1871-1957) y el poeta francés Guillaume Apollinaire (1880-1918). Uno de los intereses comunes de

este grupo de artistas y críticos fue la geometría. Además, uno de los habituales de las reuniones del círculo de Puteaux fue el matemático Maurice Princet (que primero había formado parte de “la banda de Picasso”) quien les hablaba sobre geometría, muy especialmente sobre la cuarta dimensión y las geometrías no euclídeas. A través de él llegaron a conocer y leer las obras de los matemáticos Henri Poincaré (1854-1912), como *Ciencia e Hipótesis* (1902), y de Esprit Jouffert (1837-1904), *Traité élémentaire de géométrie à quatre dimensions* (1903) y *Mélanges de géométrie à quatre dimensions* (1906).

Veamos algunas referencias sobre la cuarta dimensión de esa época [1,6,8]. *Las señoritas de Aviñón* (1907), de Pablo Picasso, son el punto de partida del cubismo, puede observarse ya la ruptura con la perspectiva, y de las van-



*Las señoritas de Aviñón* (1907), Picasso. © Sucesión Pablo Picasso, VEGAP, Madrid, 2016

guardias del siglo XX, con permiso de Paul Cézanne (1839-1906). Picasso presentó su cuadro a un grupo de personas cercanas y, según todos los testimonios, la obra fue muy mal acogida, de hecho, Picasso la guardó y no se expuso al público hasta nueve años más tarde. Destaquemos las palabras del mecenas del arte Leo Stein quien le dijo *"Tú has estado tratando de pintar la cuarta dimensión... ¡qué divertido!"*. La obra fue descrita por primera vez por el crítico André Salmon (1881-1969), quien escribiría *"[Las señoritas de Avignon] son problemas desnudos, números blancos sobre la pizarra. Es el planteamiento del principio: pintura = ecuación [...]. En lo sucesivo, la pintura se convertirá en una ciencia, y no de las menos austeras"*.

En 1910 el pintor norteamericano Max Weber, que había estado en París en 1905-1908, publica en la revista *Camera Work* el artículo *La cuarta dimensión desde el punto de vista plástico*, en el que podemos leer: *"En las artes plásticas, creo yo, existe una cuarta dimensión que puede ser descrita como la consciencia de un gran e incontenible sentido de magnitud espacial en todas las direcciones a un mismo tiempo, y es traído a la existencia a través de las tres medidas conocidas. No es una entidad de los físicos o una hipótesis matemática, ni una ilusión óptica. Es real, y puede percibirse y sentirse"*.

Guillaume Apollinaire, con motivo de la Exposición de Arte Contemporáneo (1911) dedicada al cubismo, impartió una conferencia sobre la cuarta dimensión, recogida en el artículo *La Peinture nouvelle: note d'art* (1912) publicado en la revista *Les Soirées de Paris*, y que se corresponde esencialmente con el capítulo III de su libro *Los pintores cubistas* (1913). Algunos fragmentos:

"Capítulo II: Los jóvenes pintores de las escuelas extremadas tienen como fin secreto hacer pintura pura. Es un arte plástico enteramente nuevo. Sólo está en sus comienzos y todavía no es tan abstracto como quisiera. La mayoría de los pintores nuevos están haciendo matemáticas sin saberlo o sin saberlas pero no han abandonado todavía a la naturaleza, a la que interrogan para aprender de ella el camino de la vida.

Capítulo III: ... Se ha reprochado enérgicamente a los pintores nuevos sus preocupaciones geométricas. Sin embargo, las figuras geométricas son lo esencial del dibujo. La geometría, ciencia que tiene por objeto la extensión, su medida y sus relaciones, ha sido siempre la regla misma de la pintura. Hasta ahora, las tres dimensiones de la geometría euclídea bastaban a las inquietudes que nacían del sentimiento de infinito en el alma de los grandes artistas.

Los pintores nuevos no se han planteado ser geómetras, como tampoco lo hicieron sus ancestros. Pero puede decirse que la geometría es a las artes plásticas lo que la gramática es al arte del escritor Así pues, hoy, los sabios ya no se limitan a las tres dimensiones de la geometría euclídea. Los pintores se han visto conducidos, natural y, por así decirlo, intuitivamente, a preocuparse por las nuevas medidas posibles de la extensión que en el lenguaje de los mundillos modernos se designaban global y brevemente por el término de cuarta dimensión.

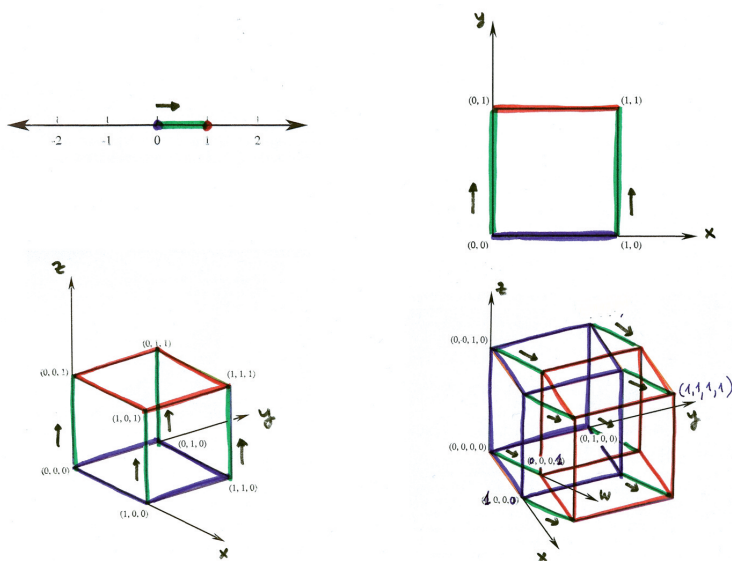
Tal y como se presenta en la mente, desde el punto de vista plástico, la cuarta dimensión estaría engendrada por las tres mediadas conocidas: configura la inmensidad del espacio eternizándose en todas las direcciones en un momento determinado. Es el espacio mismo, la dimensión del infinito; es la que dota a los objetos de plasticidad".

Más aún, Gleizes y Metzinger mencionan las geometrías no euclídeas y la geometría de Riemann (multidimensional) en relación a la ruptura con la perspectiva, en *Sobre el cubismo*: “admitamos que la reminiscencia de las formas naturales no debería quedar totalmente desterrada, de momento al menos. A un arte no se le eleva de buenas a primeras hasta la efusión pura. Bien lo saben los pintores cubistas, que estudian sin desmayo la forma pictórica y el espacio que ésta engendra. Por negligencia se ha dado en confundir este espacio ya con el espacio visual, ya con el espacio euclídeano. Euclides plantea, en uno de sus postulados, la indeformabilidad de las figuras en movimiento; esto hace innecesario insistir más sobre el tema. Si deseáramos ligar el espacio de los pintores a un tipo de geometría, habría que referirse a los sabios no euclídeanos, y meditar algunos de los teoremas de Riemann.”

Y añade Gleizes en una entrevista que “tras las tres dimensiones de Euclides nosotros hemos añadido una más, la cuarta dimensión, que es, por así decir la configuración del espacio, la medida del infinito”.

### Visualizando la cuarta dimensión

Uno de los primeros problemas que nos surgen si hablamos sobre la cuarta dimensión es la dificultad del ser humano para comprender su realidad. En este sentido, existen varias técnicas de visualización de la cuarta dimensión que, al igual que pintura y fotografía transforman la realidad tridimensional en una imagen plana, consiste en capturarla a través de imágenes tridimensionales.





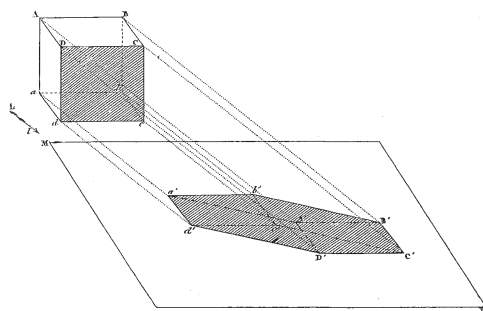
Consideremos un objeto sencillo de la cuarta dimensión, el hiper-cubo, que es la generalización a dimensión cuatro del cubo. Intentemos entenderlo intuitivamente. Podemos pensar en un punto como un 0-cubo, si lo movemos en una cierta dirección se genera un segmento, que será un 1-cubo, o cubo en dimensión 1. Si ahora movemos el segmento en una dirección perpendicular se genera un cuadrado del plano, un 2-cubo. Desplazando el cuadrado en una dirección perpendicular se obtiene un 3-cubo, el cubo normal de la tercera dimensión. Finalmente, si desplazáramos el cubo en una dirección perpendicular, la de la cuarta dimensión, obtendríamos el 4-cubo, hiper-cubo o tesseracto, que como no lo podemos pintar en el espacio de dimensión cuatro, lo representamos por ahora como aparece en la imagen.

Algunas de las técnicas de visualización:

1. *El movimiento, o el espacio-tiempo continuo.* La imagen anterior del hiper-cubo, que se correspondía con la imagen de un cubo que se desplaza en una nueva dimensión, la podemos entender considerando el tiempo como la nueva dimensión, de forma que esa representación no es más que la de un cubo que se desplaza en el tiempo y que mostramos en cada momento del desplazamiento.

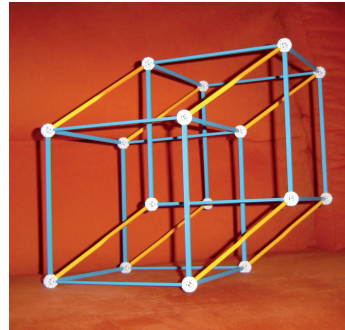
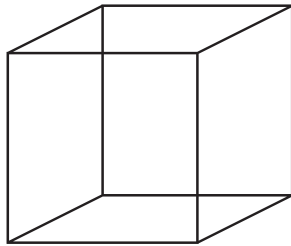
El futurismo utilizaba esta técnica, como se observa por ejemplo en la obra *Formas únicas de continuidad en el espacio*, de Umberto Boccioni (1882-1916), pero también en las "superficies litocrónicas" del surrealista Oscar Domínguez (1906-1957).

2. *La proyección ortogonal.* Esta consiste en la proyección de un objeto de un espacio  $n$ -dimensional sobre un espacio de dimensión  $n-1$ , según una cierta dirección. Todos los puntos del que están en una misma recta, con una dirección dada, se proyectan en el punto del subespacio que se interseca con dicha recta.



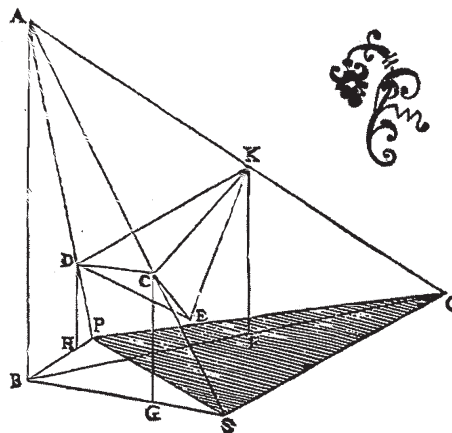
Geométrie Descriptive (1798), Gaspar Monge

La imagen mediante la proyección ortogonal es la sombra del objeto que produce un haz de rayos de luz paralelos, en la dirección dada, sobre el plano, o espacio, de proyección. Veamos las proyecciones ortogonales plana y tridimensional del cubo y el hiper-cubo, respectivamente.



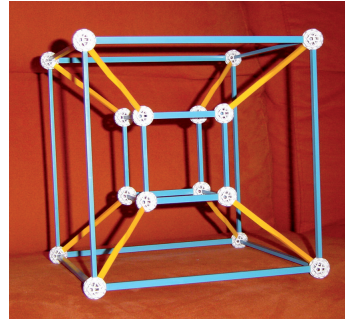
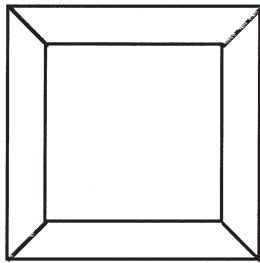
Un ejemplo de la presencia de la proyección ortogonal del hiper-cubo en el arte la encontramos, por ejemplo, en algunas obras de los artistas españoles José María Yturralde y Elena Asins.

3. *La proyección en perspectiva.* Ahora se proyecta desde un punto, el foco, es decir, todos los puntos que están en la misma recta, de las que pasan por el punto focal, se proyectan en el punto del subespacio que es la intersección con dicha recta.



Opticorum libri sex (1613),  
Aguilonius

La siguiente imagen nos muestra las proyecciones en perspectiva del cubo sobre el plano, y del hipercubo sobre el espacio tridimensional.



El *Monumento a la Constitución* (1979) de Miguel Ángel Ruiz Larrea, y el *Arco de la Defensa* de París (1989) de Otto von Spreckelsen, utilizan la proyección en perspectiva del hipercubo como estructura.

Existen otras dos técnicas, que no vamos a desarrollar ahora, la realización de secciones tridimensionales o el despliegue del hipercubo. Esta última es utilizada por el pintor surrealista Salvador Dalí en su obra *Crucifixion (Corpus Hypercubus)*, 1954.

Uno de los miembros del círculo de Puteaux que más interés mostró por las matemáticas y la cuarta dimensión, fue Marcel Duchamp. Su acercamiento a la cuarta dimensión fue algo diferente a la de los demás cubistas, incluía las preocupaciones de sus compañeros cubistas, pero a diferencia de estos, él intentó visualizar la cuarta dimensión a través de su arte y fue más matemático en su forma de acercarse a ella.

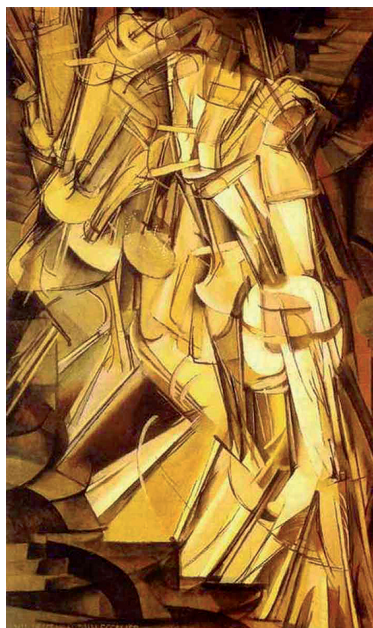
El primer acercamiento de Duchamp a la cuarta dimensión sería *Retrato de jugadores de ajedrez* (1911), siguiendo las ideas de Jouffret y Poincaré quienes utilizaron el ajedrez como metáfora de la visualización de la cuarta dimensión, y pintando a sus jugadores en el espacio infinito.

Posteriormente, inició su estudio de la “representación estática del movimiento”. Duchamp habla de lo que denota como “paralelismo elemental”: “... la repetición de una línea equivalente a una línea elemental (en el sentido de similar en todo punto) de cara a generar una superficie. El mismo paralelismo que se da para pasar del plano al volumen. La multiplicación paralela de un espacio continuo  $n$ -dimensional da lugar a un espacio continuo  $(n+1)$ -dimensional”. La obra de

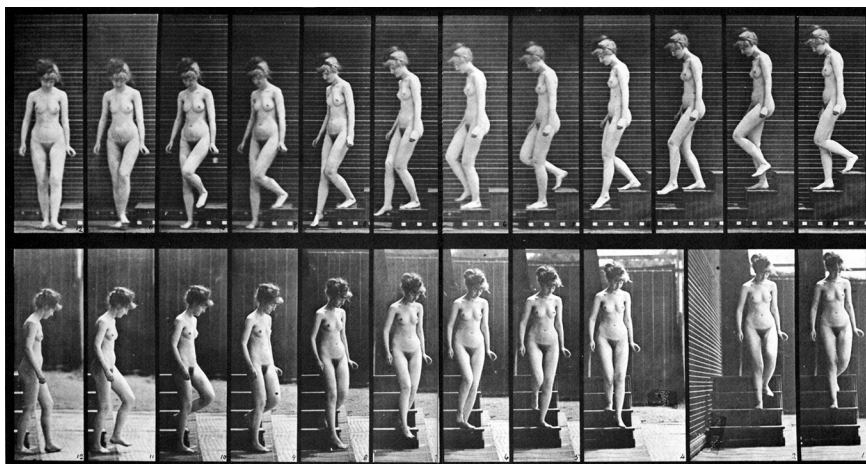
este período que mejor refleja este paralelismo elemental es *Desnudo bajando una escalera, No. 2*. En esta obra Duchamp mezcla las ideas y técnicas cubistas sobre las diferentes perspectivas, con el movimiento (podríamos hablar de una quinta dimensión), con una clara referencia a la obra del fotógrafo británico Eadweard Muybridge (1830-1940) *Mujer bajando una escalera*, en el que una sucesión de fotografías nos muestra como una mujer desnuda baja unas escaleras.

Sin embargo, Duchamp dio otra vuelta de tuerca a su acercamiento a la cuarta dimensión. A finales de 1912 toma sus primeras notas en el desarrollo de su gran obra *El Gran Cristal*. Como consecuencia de las mismas pinta *La novia* (1912). Duchamp llega a escribir respecto a esta obra, "los primeros destellos de la cuarta dimensión en mi obra", ya que el cuadro representa la proyección tridimensional de la novia que está en la cuarta dimensión, y que luego aparecerá en *El Gran Cristal*.

Sigue trabajando durante esos años sobre los temas que le preocupan, la cuarta dimensión, los mecanismos, el anti-arte, la psicología o la alienación del hombre,



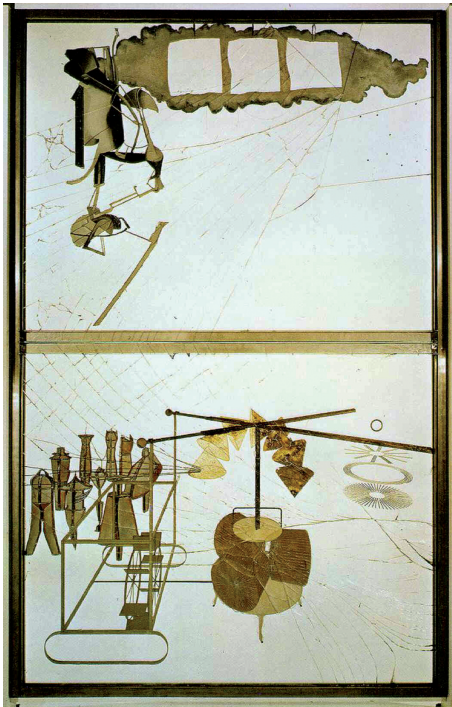
*Desnudo bajando una escalera, No. 2* (1912), Duchamp. © The Estate of Marcel Duchamp, VEGAP, Donostia-San Sebastián, 2016



*Mujer bajando una escalera* (1887), Muybridge



y en 1915, cuando se traslada a Nueva York, empieza su obra *La Novia desnudada por sus solteros, incluso - El Gran Cristal*. La idea central en este período respecto a la cuarta dimensión es la proyección, es decir, podemos visualizar la cuarta dimensión y sus objetos como proyecciones en el espacio tridimensional. En sus escritos sobre esta obra, *La Caja Blanca* y *La Caja Verde*, podemos encontrar reflexiones como las siguientes: “... la sombra generada por una figura cuatridimensional sobre nuestro espacio es una sombra tridimensional...” o “...si una sombra es una proyección bidimensional de el mundo tridimensional, entonces el mundo tridimensional como nosotros lo conocemos es la proyección del universo cuatridimensional ...”. El uso del cristal es, si atendemos a sus notas, una metáfora de la proyección, “usar cristal transparente y espejo para perspectiva”.



*La Novia desnudada por sus solteros, incluso - El Gran Cristal* (1915-1923), Duchamp. © The Estate of Marcel Duchamp, VEGAP, Donostia-San Sebastián, 2016

Esta obra es efectivamente un gran cristal transparente dividido en dos partes. En la parte superior se encuentra la proyección en el espacio tridimensional de la novia, que es un ser que habita un universo de dimensión cuatro, mientras que en la parte de abajo se encuentran los nueve solteros en su “mundo euclídeo tridimensional”.

Otros movimientos artísticos del siglo XX también se interesaron por la cuarta dimensión espacial, incluido el espacio-tiempo continuo, entre ellos, el futurismo italiano y ruso, el suprematismo, el constructivismo, los modernistas americanos de los círculos de Stieglitz y Arensberg, miembros de De Stijl, el dadaísmo o el surrealismo. En la actualidad hay un nuevo interés por la cuarta dimensión y por la visualización de la misma a través del arte [6,8,11f].

### 3. La literatura

Parece evidente que si las matemáticas son una parte fundamental de la vida cotidiana, la historia, la cultura, la sociedad, así como de la educación de las personas, y la literatura un reflejo de la sociedad en la que los escritores y las escritoras desarrollan su arte, a través de registros escritos que recogen, directa o indirectamente, su visión de la misma, esta ciencia inevitablemente va a formar parte del contenido de las obras literarias, ya sean novelas, obras de teatro, poemas, novelas gráficas, guiones de cine, letras de canciones o ensayos.

Aunque en este texto nos vamos a centrar en la presencia de las matemáticas dentro de las obras literarias, la relación de ambas va más allá del simple contenido temático. Las matemáticas son una herramienta en la investigación literaria. Un ejemplo es el uso de la estadística en los estudios de autorías, como en el caso de algunos textos de la Grecia clásica, textos cristianos paulinos, los artículos del Federalista (Hamilton-Madison), la controversia Shakespeare-Marlowe-Bacon, o la novela caballeresca *Tirant Lo Blanc* [23]. Pero también pueden ser una herramienta para la creación literaria, como un elemento importante en la estructura de la obra. Un ejemplo es Oulipo, el grupo literario creado por el escritor Raymond Queneau y el matemático Francois Le Lionnais con el objetivo de utilizar estructuras y elementos de las matemáticas para ayudar a la creatividad literaria [18].

Pero regresemos al objetivo central de esta pequeña reflexión, que es analizar la presencia en las novelas de la ciencia de Pitágoras. La literatura registra la relación que la sociedad, y las personas que la componen, mantienen con las matemáticas. La imagen que tienen de ellas, y de las personas que las desarrollamos, cómo son valoradas, qué tópicos se le asocian, los conocimientos matemáticos, y de la historia de las matemáticas, de la sociedad o los temas que han llegado a ser populares.

Como no puede ser de otra manera, la literatura recoge en sus páginas la visión negativa que muchas personas han tenido, y por desgracia aún tienen, de las matemáticas. El origen de este pensamiento negativo de las matemáticas seguramente lo podemos encontrar en la etapa escolar, en las dificultades para entender, y aprobar la asignatura.

Un ejemplo literario que nos recoge ese sentimiento negativo “clásico” de algunos estudiantes hacia la clase de matemáticas, vista como una tortura, es el poema de Víctor Hugo *¿Infierno o paraíso?* que dice así: “Yo era entonces presa de las matemáticas. / ¡Tiempo oscuro! Niño conmovido por el escalofrío poético. / Se me entregaba vivo a las cifras, negros verdugos. / Se me obligaba a la fuerza a engullir el álgebra. / Se me retorció desde las alas hasta el pico / en el horroroso potro de tortura de las  $x$  y las  $y$ . / Desgraciadamente, me atiboraban bajo los huesos maxilares / del teorema adornado con todos sus corolarios”. Aunque termina con una frase reconciliadora, “Sin embargo, se puede ser poeta y matemático”. Esta misma idea es recogida en la novela *La vida está en otra parte* (Seix Barral, 2001) de Milán Kundera, donde además se refleja la reacción típica del estu-

diente, desconectar: "...el viejo profesor de matemáticas va a entrar en clase a torturar a sus discípulos trazando números sobre la negra pizarra; el zumbido de una mosca vagabunda llenará el espacio infinito entre la pregunta del profesor y la respuesta del alumno... ¡pero él ya estará lejos!".

El recuerdo que muchas personas, por desgracia, tienen de su etapa escolar son los suspensos en esta asignatura, y lo mal que se les daba. *Una familia feliz* (Seix Barral, 2012), de David Safier: "Primero había llamado Ada, mi hija adolescente, para prepararme anímicamente porque había suspendido (por desgracia tenía el mismo talento para las mates que un perro labrador)". Lo cual llevará a un bloqueo de muchas personas en esta ciencia, así como a un sentimiento de odio hacia ellas. Así reflexiona el protagonista de *Todo por una chica* (Anagrama, 2009) de Nick Hornby: "No iba lo que se dice bien en matemáticas –odio las matemáticas–".

En *Los viajes de Gulliver* (1726), de Jonathan Swift, puede leerse el siguiente pasaje: "Fui a una escuela de matemática, donde el profesor instruía a sus discípulos siguiendo un método difícilmente imaginable entre nosotros en Europa. La proposición y la demostración parecían escritas claramente en una oblea fina con tinta hecha de un colorante cefálico. Esto tenía que tragárselo el estudiante con el estómago en ayunas y no comer nada sino pan y agua durante los tres días que seguían. Al digerir la oblea, el colorante se le subía al cerebro llevándose la proposición al mismo tiempo. Pero hasta ahora el resultado ha defraudado, ya por algún error de dosis o de composición, ya por la picardía de los



Ilustración de Thomas Morten (1865) de *Los viajes de Gulliver*

*mozalbetes, a quienes da tanto asco esa píldora que por lo general se escabullen subrepticamente y la expulsan por arriba antes de que pueda hacer efecto; y tampoco se les ha persuadido todavía para que guarden una abstinencia tan larga como exige la receta”.*

Seguro que muchos estudiantes, e incluso algunos adultos que conservan ese recuerdo negativo de su etapa escolar, desearían haber tenido una oblea como la descrita por Swift, que les hubiese permitido adquirir los conocimientos matemáticos sin necesidad de tener que estudiarlos. Aunque el escritor da otra vuelta de tuerca cuando ni siquiera así los estudiantes son capaces de “tragar las matemáticas”.

Este fragmento esconde una visión estática de las matemáticas y de su enseñanza, que es compartida por muchas personas. Sin embargo, el aprendizaje de las matemáticas no es una simple acumulación de conocimientos, sino que es un proceso dinámico en el que se enseña a los estudiantes a desarrollar su propia capacidad de pensamiento, a ser capaces de llegar a obtener por sí mismos los resultados matemáticos estudiados, o nuevos resultados. Se les enseña a pensar, a ser críticos, a analizar la información o los problemas a solucionar, a separar lo importante de lo superfluo, a buscar las herramientas necesarias para resolver el problema y a sacar partido de lo aprendido en el camino.

Como decía la escritora británica Mary Ann Cross, que firmaba con el conocido pseudónimo George Eliot, en referencia a la educación en general, y poniendo a las matemáticas como referente: *“Se ha dicho con gran acierto que el principal objetivo de la educación es análogo al que tienen las matemáticas; es decir, no el de obtener resultados, sino el de saber obtenerlos; no el alcanzar soluciones particulares, sino métodos con los que poder alcanzar infinitas respuestas”.*

Y en ocasiones los profesores podemos tener parte de culpa en esta imagen negativa que tienen las matemáticas, ya que como decía el lógico norteamericano León A. Henkin, *“Uno de los grandes errores referidos a las matemáticas que cometemos en nuestras clases, es que el profesor siempre parece saber la respuesta a cualquier problema que se plantee, lo que hace que los alumnos piensen que hay un libro en algún sitio con todas las respuestas correctas a todas las cuestiones interesantes, y que los profesores conocen esas respuestas, y que si nos pudiéramos hacer con el libro, lo tendríamos todo establecido. Eso no se parece en nada a la verdadera naturaleza de las matemáticas”.*

Esta forma de enseñar las matemáticas nos muestra a estas como algorítmicas, es decir, que dado un problema solamente hay que coger la fórmula correspondiente y aplicarla. Las matemáticas no son así, sino más bien como las describe el historiador de las matemáticas W. S. Anglin, *“Las matemáticas no son una marcha cautelosa a lo largo de una carretera bien despejada, sino un viaje por un desierto desconocido en el que los exploradores se pierden a menudo”.*

El escritor alemán y premio Nobel de Literatura, Hermann Hesse, las muestra como un saber atemporal, como surgido de la nada, *“Usted trata la historia del mundo como un matemático trabaja con las matemáticas, donde sólo existen leyes y fórmulas, sin realidad, sin bien ni mal, sin tiempo, sin ayer,*



*sin mañana, nada excepto el eterno y presente matemático*". Y el filósofo confunciano japonés Sorai Ogyu, habla de las matemáticas como si fueran simplemente una diversión lógica y sin utilidad, *"Los matemáticos se vanaglorian de sus logros exactos, pero en realidad están absortos en acrobacias mentales y no contribuyen en la sociedad"*.

El director de cine aragonés Luis Buñuel, las ve como algo frío, estático, alejado de la creación y de la imaginación, *"La ciencia no me interesa. Ignora el sueño, el azar, la risa, el sentimiento, la contradicción, cosas que me son preciosas"*. Como también el filósofo francés Jules de Gaultier, *"En el punto donde se detiene la ciencia, empieza la imaginación"*.

Por supuesto, no puedo estar más en desacuerdo con Gaultier, pero que sea la propia literatura quien dé la réplica, con las palabras del filósofo español José Ortega y Gasset, quien escribió que *"No hay modo de entender bien al hombre si no se repara en que la matemática brota de la misma raíz que la poesía, del don imaginativo"*. Aunque no es el único escritor que relaciona poesía y belleza con las matemáticas. Al poeta ruso Alexander Sergeyevich Pushkin le debemos la siguiente reflexión: *"La inspiración es necesaria en geometría, tanto como en poesía"*.

El escritor romántico alemán Johann Wolfgang von Goethe soñaba con reunir la ciencia y la poesía: *"Se olvidó que la ciencia se originó en la poesía, no se tiene en cuenta que, después de una revolución de los tiempos, podrían reunirse de nuevo, amigablemente, en un punto más alto, para beneficio de ambas"*. Otro de los símbolos del mundo de las letras, el escritor francés Gustave Flaubert también creía en que ambas visiones del mundo, la artística y la científica, eran la misma y que volverían a juntarse de nuevo: *"A medida que avance, el arte será más científico, del mismo modo que la ciencia se volverá artística; los dos se reunirán en la cumbre, después de haberse separado en la base. Y más aún, decía que "La poesía es una ciencia exacta, como la geometría"*. La matemática rusa Sofía Kovalevskaya, pone el énfasis en la imaginación y el proceso creativo al escribir que *"No es posible ser matemático sin llevar un poeta en el alma"*.

El poeta portugués Fernando Pessoa, aporta una interesante visión de las matemáticas como creadoras de belleza al escribir que *"El binomio de Newton es tan bello como la Venus de Milo"*. Y para el matemático inglés matemático inglés G. H. Hardy la belleza es una parte esencial de las matemáticas. De su obra *Apología de un matemático* (1940) *"Los procesos del matemático, como los del pintor o el poeta han de ser bellos; las ideas, como los colores o las palabras, han de ensamblarse de una forma armoniosa. La belleza es el primer test. No hay lugar permanente para una matemática fea"*. Las matemáticas son un conocimiento dinámico, creativo, lleno de imaginación, que busca la belleza y que se inspira en ella.

También encontramos en la literatura la idea de que las matemáticas son un lenguaje universal. En la conocida novela *"El planeta de los simios"* (1963) del escritor francés Pierre Boulle, el protagonista puede comunicarse con la Doctora Zira, chimpancé del planeta Soror, a través de la geometría.

“¿Cómo no se me había ocurrido utilizar este medio tan sencillo? Tratando de recordar mis estudios escolares, tracé sobre el carné la figura geométrica que ilustra el teorema de Pitágoras. No escogí este tema por casualidad. Recordé que, en mi juventud, había leído un libro sobre empresas del futuro en el que se decía que un sabio había empleado este procedimiento para entrar en contacto con inteligencias de otros mundos.

Ahora era ella la que se mostraba ávida de establecer contacto. Di las gracias mentalmente a Pitágoras y me atreví un poco más por la vía geométrica. Sobre una hoja de carné dibujé lo mejor que supe las tres cónicas con sus ejes y sus focos; una elipse, una parábola y una hipérbola”.

También el teorema de Pitágoras es el lenguaje para contactar a los seleititas en la novela *De la Tierra a la Luna* (1865) del escritor de ciencia ficción Julio Verne.

Se pueden incluir fragmentos literarios sobre la utilidad de esta ciencia, pero terminemos esta parte con un par de citas del clásico de la literatura universal *Don Quijote de la Mancha* (1605), de Miguel de Cervantes: “*En lo que faltaba de camino, les fue contando el licenciado las excelencias de la espada, con tantas razones demostrativas y con tantas figuras y demostraciones matemáticas, que todos quedaron enterados de la bondad de la ciencia*”; “*La caballería andante es una ciencia –replicó don Quijote– que encierra en sí todas o las más ciencias del mundo, a causa de que el que la profesa ha de ser jurisperito y saber las leyes de la justicia (...), ha de ser teólogo (...); ha de ser médico (...); ha de ser astrólogo (...); ha de saber las matemáticas, porque a cada paso se le ofrecerá tener necesidad dellas (...)*”.

Las matemáticas han estado presentes desde la antigüedad en las obras literarias. Sin embargo, en las últimas décadas, y gracias a la excelente labor que se está realizando en la divulgación de las matemáticas, la presencia de estas es cada vez mayor, pero no solo a través de referencias puntuales o personajes secundarios, sino como elementos destacados y principales de las obras literarias [5,10,12,16,17].

A continuación, vamos a utilizar la novela *La fórmula preferida del profesor* (Funambulista, 2008), de la escritora japonesa Yoko Ogawa, una obra exquisita en la cual las matemáticas son un elemento central, como un mapa de la presencia de esta ciencia en la literatura actual.

La historia de este libro es la de una madre soltera que entra a trabajar como asistente en casa de un viejo y enfermo profesor de matemáticas, que tras un accidente de coche perdió la autonomía de la memoria, solo le dura 80 minutos, por lo que registra la información esencial en pequeños papeles. El eje central del libro es la relación entre los tres personajes principales: el profesor, la asistente –madre soltera– y el hijo de esta. El profesor se irá convirtiendo en padre y abuelo, en maestro y divulgador de las matemáticas, la asistente en hija, en alumna y simboliza en cierta medida al público, y su hijo, en nieto, alumno y amigo.

La novela nos habla de la soledad, y del sufrimiento que causa, de las relaciones, de la amistad, de los extraños compañeros que puede tener y su fuerza liberadora, del amor o del peso del pasado, pero también de lo que pueden aportar

ancianos y enfermos a una sociedad que los considera inútiles. Todo ello con gran delicadeza, sentimiento y optimismo.

Existen muchas novelas actuales protagonizadas por matemáticos. En algunas, como la mencionada, se acerca su trabajo al lector. El profesor trabajó en un Instituto de Investigación, exactamente en Teoría de Números, pero tras el accidente se dedica a resolver pequeños problemas matemáticos de revistas especializadas. Y también sus herramientas tradicionales, libros, revistas, cuadernos de notas y la propia mente del científico. En *La soledad de los números primos* (Salamandra, 2009), de Paolo Giordano, el protagonista masculino es matemático, desde niño le gustaban las matemáticas y siempre tuvo claro quería estudiarlas, al terminar la carrera realizó su tesis doctoral sobre “los ceros de la función zeta de Riemann”, por tanto, sobre la distribución de los números primos (es decir, aquellos números que solo son divisibles por 1 y por ellos mismos, por ejemplo, 5, 11 y 19, pero no 12 o 18) dentro de los números naturales, después una oferta de trabajo en una universidad del norte de Europa y finalmente, la resolución de un problema matemático importante, con la consiguiente escritura de un artículo para una revista de investigación.

La soledad de la investigación matemática, en este caso la demostración del teorema de Fermat, que termina derivando en la locura nos la encontramos en *La conspiración de los espejos* (Belacqua, 2008), de Ricardo Gómez. También la locura y la genialidad de un matemático es uno de los temas centrales de la obra de teatro, ganadora del premio Pulitzer, *La Prueba* (2001), de David Auburn.

La novela corta *La variable humana* (Gadir, 2012), de Rodrigo Marín Noriega, se centra en la posibilidad, haciendo uso de las matemáticas, de diseñar un programa informático que componga lo mismo que hubiesen compuesto Chopin o Beethoven de seguir vivos, o más aún, si es posible describir completamente el mundo mediante ecuaciones matemáticas. A través de la relación entre los tres matemáticos protagonistas saldrán a la luz aspectos del mundo académico, el conflicto entre matemática pura y aplicada, las luchas de poder, la política científica, la obsesión del investigador y en ocasiones su aislamiento, la responsabilidad social del científico, las relaciones entre maestro y alumno, o el robo de la investigación entre colaboradores.

Una de las salidas profesionales de las personas que han estudiado esta carrera también es la educación. El protagonista de *Congreso en Estocolmo* (1952) de José Luis Sampedro es un profesor de un instituto que participa en un congreso científico, en una historia que es un canto a la vida y al amor. También es profesor de instituto el protagonista del thriller psicológico *Tres noches* (Salamandra 2012), de Austin Wright, quien se cruza con la maldad, y la novela analiza su comportamiento frente a ella.

El protagonista de *1Q84* (Tusquets, 2012), una novela compeja y ambiciosa de Haruki Murakami, es un licenciado en ciencias exactas cuya ambición es acabar convirtiéndose en escritor, de hecho se sumerge en la historia de *1Q84* al hacer de escritor fantasma de un extraño libro. Al terminar la licenciatura, a pesar de ser un estudiante brillante, decide no dedicarse a la investigación, y entra a



trabajar en una academia. Es un buen docente, que se entusiasma dando clase y que consigue transmitir a sus estudiantes su pasión y amor por las matemáticas. En el aula se siente libre de nuevo, seguro, conectado con sus alumnos, pero al salir de ella todo eso desaparece. También imparte clases particulares de matemáticas, pero en Internet, el protagonista de *El teorema de Almodovar* (Seix Barral, 2008), de Antoni Casas Ros, un joven licenciado en matemáticas con gran talento que la noche en que celebra la presentación de su tesina sufre un accidente de coche, muriendo su novia y quedando su rostro completamente desfigurado. A partir de la desgracia se recluye en su casa, aislado del mundo, encerrado en la literatura, el cine y las matemáticas.

El protagonista de *El futuro no será de nadie* (Plaza&Janés, 2012), de Oscar de la Borbolla, es un matemático maduro, casado y que trabaja en una compañía de seguros, pero al que le habría gustado seguir el camino de la investigación y demostrar el último teorema de Fermat. Se enamora de una joven artista a la que no hacen mucho caso las galerías de arte. Matemáticas versus arte. Idealismo versus pragmatismo.

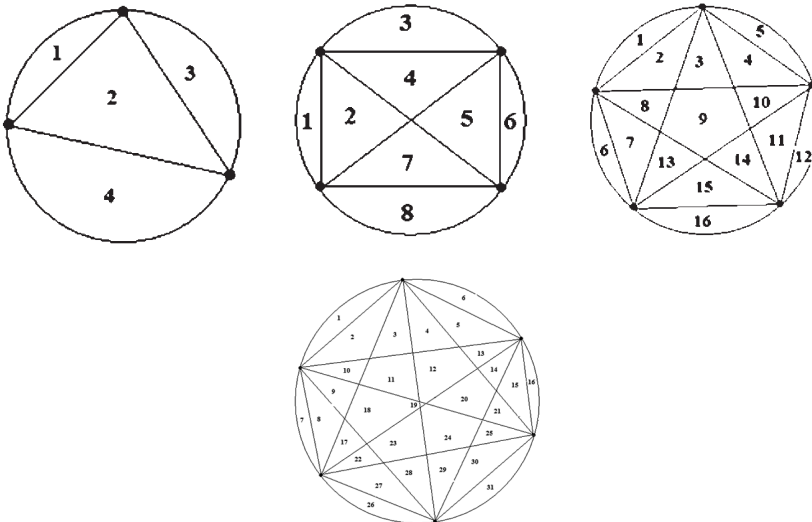
Existen novelas, más cercanas a la novela histórica, centradas en la vida y obra de algunos matemáticos y matemáticas. *El contable hindú* (Anagrama, 2011), de David Leavitt, es una novela excelentemente documentada y narrada con maestría cuyo tema central es la relación entre Srinivasa Ramanujan, genio matemático indio, de familia humilde y autodidacta, y Godfrey H. Hardy, catedrático de matemáticas en Cambrigde y mentor del anterior, así como el ambiente intelectual de Cambrigde de principios de siglo XX. La vida del matemático que



demostró los teoremas de incompletitud que conmocionaron a la matemática del siglo XX, Kurt Gödel, a través de los ojos de su mujer Adele Nimbursky, una mujer sin formación académica y casada con una de las mentes del siglo XX, pero que fue el sostén de Gödel, una persona enferma e introvertida, se recoge en la novela *La diosa de las pequeñas victorias* (Alfaguara, 2015), de Yannick Granec. La matemática griega Hypatia es la protagonista de varias novelas biográficas, como la homónima de Pedro Gálvez (Lumen, 2004). Pitágoras y la comunidad pitagórica aparecen en la novela negra e histórica *El asesinato de Pitágoras* (Duomo, 2013), de Marcos Chicot.

Seguramente el género narrativo que, en la literatura contemporánea, cuenta con una mayor presencia matemática, salvo la ciencia ficción, sea la novela negra. El motivo podría estar en la existencia de un cierto paralelismo entre las investigaciones matemática y criminal. Bajo la premisa de que la persona que desarrolle la investigación criminal, como dice Sherlock Holmes en *El signo de los cuatro* (1890) “el detectivismo es, o debería ser, una ciencia exacta”, debe tener una mente preparada para el análisis y la lógica, nos encontramos a varios detectives “matemáticos”.

Un joven matemático argentino que viaja a Oxford con una beca y un eminente lógico son los investigadores de una serie de asesinatos, cada uno de los cuales ha sido firmado por su autor mediante un símbolo matemático, planteándose un paralelismo entre la serie de crímenes y la matemática, en *Los crímenes de Oxford* (Destino, 2004), de Guillermo Martínez. En el libro tiene cierta relevancia la *paradoja de Wittgenstein sobre las reglas finitas*, que establece que dada una sucesión finita de números, estos se pueden continuar de muy diversas formas,



existiendo reglas que lo justifican, y más aún, puede continuarse realmente con cualquier número, de manera que siempre existirá una regla asociada. Por ejemplo, la serie 2, 4, 8, 16, parece lógico que se continúe con el 32, son potencias de 2, sin embargo, la serie también se puede pensar como el número de regiones del círculo en las que este se divide mediante los segmentos que unen un número finito de puntos sobre la circunferencia exterior (2, 3, 4, 5 puntos), entonces el siguiente número de la serie sería 31, y no 32.

En la exitosa serie de novelas de la agente Kasmenskaya, de la escritora rusa Alexandra Marínina, la protagonista realizó el bachillerato en un colegio especializado para jóvenes con talento en matemáticas y física, donde conoció al que sería su pareja, y un brillante matemático. El protagonista de *La brisca del cinco* y *El juego de las tres cartas*, de Marco Malvaldi (Destino, 2012), es un licenciado en matemáticas que dejó su doctorado (matemáticas de la teoría de cuerdas) para ganarse la vida con un bar, en el cual se reúnen cuatro ancianos a jugar a las cartas y cuyas charlas sirven para desarrollar los argumentos de la investigación criminal. El joven utiliza su mente matemática para analizar y resolver los crímenes. En las novelas de la jueza MacHor de Reyes Calderón, como *Los crímenes del número primo* (RBA, 2008), el fraile Chocarro, que ha sido matemático, le ayuda en las investigaciones. La vuelta de tuerca la encontramos en la premiada novela *La devoción del sospechoso X* (Ediciones B, 2011), de Keigo Higashino, en la cual se produce un duelo intelectual entre dos mentes matemáticas. Un profesor de instituto, genio de las matemáticas que tuvo que abandonar su prometedor carrera universitaria para cuidar de sus padres y un profesor de física de la Universidad de Tokio, aficionado a las matemáticas, que colabora con la policía.

En algunas novelas en las que se incluyen contenidos matemáticos, el autor dedica algunas líneas a explicar los conceptos, resultados, personajes o historias matemáticos, que aparecen, realizando así una pequeña labor divulgativa. La novela-mapa que estamos analizando, *La fórmula preferida del profesor*, es un caso muy especial. Existen dos niveles de divulgación matemática en la obra, uno interno desarrollado por el profesor, fundamentalmente hacia la asistente, y otro externo, que tiene como objetivo al lector.

Muchos de los temas matemáticos que aparecen en el libro de Ogawa son bastante frecuentes en la literatura actual. El profesor explica los números amigos, es decir, dos números tales que la suma de los divisores de cada uno de ellos da el otro, por ejemplo, 220 y 284,  $1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$  y  $1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$ , y los números perfectos, que son amigos de ellos mismos (6, 28, 496). Números que han formado parte de la numerología en la antigüedad, en relación a la amistad y el amor, pero cuya investigación ha cautivado a matemáticos como Fermat, Descartes o Euler, a pesar de su supuesta inutilidad. Los primeros aparecen también en *La diosa de las pequeñas victorias*, como un regalo que le hace Gödel a su mujer “Sacó de la cartera, que había metido debajo de la cama, dos manzanas rojas y muy lustrosas. Había grabado a navaja en una 220 y en la otra 284”, en *El secreto del Gazpacho*

(Siruela, 2007), de Gervasio Posadas, o en *El libro de la Venganza* (Random-House, 2009), de Benjamin Taylor, mientras que los segundos en *La chica que soñaba con una cerilla y un bidón de gasolina* (Destino, 2008), segundo libro de la serie Millenium de Stieg Larsson, mencionándose incluso el algoritmo de Euclides para obtener números perfectos,  $2^{n-1} (2^n - 1)$ , donde  $n$  y  $(2^n - 1)$  son números primos.

Como explico en el artículo *Sin noticias de Pitágoras* [11b], el teorema de Pitágoras es un resultado popular y que por tanto aparece mucho en la literatura. Lo encontramos en novelas de Camilo José Cela, Mario Vargas Llosa, Juan Carlos Ferrari, Raúl Guerra Garrido, Torrente Ballester, José Carlos Somoza, Guillermo Martínez, Stieg Larsson o Mark Haddon.

Leyendo el libro *Arithmetica* de Diofanto, el matemático francés Pierre de Fermat se planteó si, al igual que la ecuación del teorema de Pitágoras,  $x^2 + y^2 = z^2$ , se cumplía para ternas de números enteros, como (3, 4, 5) o (5, 12, 13), también sería posible encontrar ternas de números enteros que cumplieran la ecuación de tipo Pitágoras,  $x^n + y^n = z^n$ , pero para  $n > 2$ . Fermat escribió en uno de los márgenes del libro de Diofanto “*Tengo una prueba verdaderamente maravillosa para esta afirmación, pero el margen es demasiado estrecho para contenerla*”. A pesar de la afirmación de Fermat, y de que infinidad de matemáticos de todo el mundo intentaron desde entonces demostrar que no existían soluciones, no fue posible demostrar completamente el resultado hasta 1995, eso sí, su autor, Andrew Wiles, utilizó técnicas muy sofisticadas que no existían en la época de Fermat, 350 años antes.

Esta apasionante historia se ha convertido en popular, y aparece en una gran cantidad de obras literarias [12], como *La fórmula preferida del profesor* o *Los crímenes de Oxford*, que incluye en su trama la primera conferencia de Andrew Wiles sobre su demostración del Teorema de Fermat.

En la segunda entrega de la serie Millenium, su protagonista pasa parte de su tiempo intentando resolver el teorema de Fermat por su cuenta, y el momento friki de la novela llega al final, cuando Lisbeth se da cuenta de cómo era la demostración original de Fermat y que los matemáticos no han sabido comprender. Una visión romántica de la posible, aunque improbable, prueba de Fermat [11e]. La resolución del Teorema de Fermat es uno de los temas centrales de *El rescoldo* (Alfaguara, 2004), de Joaquín Leguina, y *La conspiración de los espejos*, que también incluyen una posible demostración “a la Fermat”.

Otro de los temas populares en la literatura contemporánea, presente en la obra de Ogawa, son los números primos y su relación con la criptografía. Cuando, el protagonista, un niño con síndrome de asperger, de *El curioso incidente del Perro a medianoche* (Salamandra, 2004), una divertida y encantadora novela de Mark Haddon, se presenta dice “*Me sé todos los países del mundo y sus capitales y todos los números primos hasta el 7.507*”, y numera los capítulos con números primos. Así mismo, explica la criba de Eratóstenes, un sencillo método de obtención de estos, y su utilidad en criptografía. Uno de los ejercicios divulgativos más bonitos de este libro es la explicación del famoso y complejo problema de Monty



Hall. Se trata de un concurso televisivo en el que hay tres puertas, detrás de una de ellas un coche, y en las otras dos un premio menor. El concursante elige una puerta. El presentador descubre una de las puertas sin premio y después le pregunta al concursante si se queda con la puerta elegida o cambia a la otra. Da la impresión de que la probabilidad es del 50%, 1 de 2, pero en contra de lo que nos dicta la intuición hay una probabilidad del 66,6%, 2 de 3, de ganar el coche si se cambia de puerta.

Los números primos están presentes en muchas de las novelas ya mencionadas. Los números primos gemelos, que son dos números primos separados únicamente por un número par, 11 y 13, 17 y 19, aparecen en *La soledad de los números primos*, "*Mattia pensaba que él y Alice eran eso, dos primos gemelos solos y perdidos, próximos pero nunca juntos*". La hipótesis de Riemann, relacionada con la distribución de los números primos, es uno de los temas tratados en *La devoción del sospechoso X*. En esta también se menciona el teorema de los cuatro colores y su polémica demostración por ordenador, que abrió un debate sobre el concepto de demostración, el matemático Paul Erdős, el problema de la complejidad computacional, la belleza de la resolución de un problema, o la enseñanza de las matemáticas.

La demostración de la hipótesis de Riemann por parte de un profesor de Cambridge es el "MacGuffin" de *Los humanos* (Roca, 2014), de Matt Haig, una novela divertida y humana. Unos extraterrestres inteligentes temen que la humanidad utilice mal ese conocimiento por lo que deciden enviar a uno de ellos a



Máquina Enigma, máquina electromecánica de cifrado rotativo utilizado por el ejército alemán durante la segunda guerra mundial, y así como por el bando Nacional durante la Guerra Civil Española. Gracias al esfuerzo de los matemáticos Marian Rejewski y Alan Turing se consiguió romper enigma. <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Enigma.jpg>

matar al matemático, suplantarle y eliminar cualquier rastro de la demostración, pero las cosas se complican.

Los números primos, las curvas elípticas (también relacionadas con la demostración del teorema de Fermat) y el sistema criptográfico de clave pública RSA, están presentes en la cuarta entrega de la serie Millennium, *Lo que no te mata te hace más fuerte* (Destino, 2015), pero también en la novela *El delirio de Turing* (Alfaguara, 2003), centrada en la situación política de Bolivia vista desde personajes relacionados con la agencia de seguridad del estado, de Edmundo Paz Roldán, quien además va realizando un paseo por la historia de la criptografía.

En ese mismo sentido se utilizan en el thriller, perteneciente al movimiento literario Drama, *La conjetura de Perelman* (Ediciones B, 2011), de Soto Ivars, aunque con un pésimo tratamiento. Se afirmaba, por ejemplo, que “No sabemos si [los números primos] son infinitos”, resultado que ya aparece, con una sencilla demostración, en el libro *Los Elementos* de Euclides (siglo III a.c.), o que “los números primos son imposibles de producir. No existe la fórmula

capaz de generar un primo en valores, pongamos por caso, entre 100 y 200 millones”, cuando cualquier ordenador los calcula sin dificultad, por ejemplo, existen 455.052.511 números primos menores de 10 millardos.

Otros temas matemáticos explicados en *La fórmula preferida del profesor* son las raíces cuadradas, la suma de Gauss de los  $n$  primeros números, los números triangulares, la fórmula de Euler,  $e^{\pi} + 1 = 0$ , considerada la más bella de la ciencia (sencilla, con gran significado matemático y que implica importantes números), o los números  $p$ ,  $e$  y cero. Estos, y otros muchos, temas matemáticos son incluidos en las obras literarias, entre los más populares están los fractales, el número de oro, la sucesión de Fibonacci, la banda de Moebius, el teorema de Gödel, el teorema de Tales, el infinito, la cuarta dimensión, la probabilidad o los números irracionales. Así mismo, se mencionan a personajes matemáticos, además de los citados, como Arquímedes, Cardano, Madame de Chatelet, Lagrange, Sophie Germain, Gauss, Galois, Sofia Kovalskaya o Alan Turing, entre otros.

Me gustaría finalizar este apartado con una novela de intriga que se desarrolla en un entorno matemático, el Cambridge de 1888, *La incógnita Newton* (Roca, 2005), de Catherine Shaw. Una joven institutriz se ve obligada a inves-



tigar el asesinato de tres matemáticos y recorrer media Europa para demostrar la inocencia de su novio matemático. Todos ellos trabajan en el “problema de los tres cuerpos”. El problema de la educación de las mujeres es uno de los temas de la novela. Estas no podían dar clases, por lo que solían acabar, como Vanessa, de maestras de niñas. Recibían una educación al margen de los niños y enfocada a lo que se suponía que debía conocer una mujer para su futura vida de esposa y madre. En ese tiempo se empezó a permitir que las mujeres, tras pasar un examen análogo al de los hombres, fueran a estudiar a la Universidad de Cambridge, pero no recibían título alguno, ni después podían realizar un doctorado.

Esta es solo una pequeña muestra de la presencia temática de las matemáticas en las novelas de ficción, que además podríamos haber completado con ejemplos provenientes del teatro, la poesía, los guiones cinematográficos o la novela gráfica.

Para concluir algunas citas de autores vascos. En el clásico *Obabakoak* (Ediciones B, 1989) de Bernardo Atxaga relaciona la creación de cuentos con las operaciones aritméticas “*Harris tenía una teoría muy curiosa acerca del cuento. Según él, el cuento no vendría a ser más que una simple operación de aritmética. Pero no una operación de cifras, claro, sino hecha a base de sumas y rectas de elementos tales como amor, odio, esperanza, deseo, honor y otros por el estilo. La historia de Abraham e Isaac, por ejemplo, sería una suma de piedad más amor filial. La de Eva, en cambio, sería una resta limpia, amor a Dios menos amor al mundo. Según Harris, además, las sumas suelen dar origen a cuentos con final feliz. Los originados por restas, en cambio, suelen tener finales trágicos*”. Y Antonio Altarriba las relaciona con la cocina en su libro *maravilla en el país de las Alicia*s (Tusquets, 2010) “...relacionaba la cocina con las matemáticas. Bastaba identificar cada ingrediente con una cifra y cada forma de cocinar con una operación. Así el guiso era la suma, el asado la resta, el adobo la multiplicación... Cada fórmula matemática se correspondía con un plato y, aunque a menudo los resultados dejaran mucho que desear, a veces se hacían maravillosos descubrimientos, como la esquisitez gastronómica preparada a partir de la ecuación con la que los árabes calculaban la hipotenusa del triángulo”. Y una cita muy geométrica del director Alex de la Iglesia, en su libro *Recuérdame que te odie* (Planeta, 2014), “¿Qué quería de mí? La observé detenidamente. Falda con estampado geométrico no euclidiano, hiperbólica, formas yuxtapuestas en combinaciones cromáticas imposibles. Esa falda (oh, Señor) negaba el quinto postulado, sobre todo en el dobladillo, y la bata de guatín azul cielo encapotado, de curvatura cero, generaba un cuerpo cilíndrico en cuyo interior no se adivinaban formas ni volúmenes”.

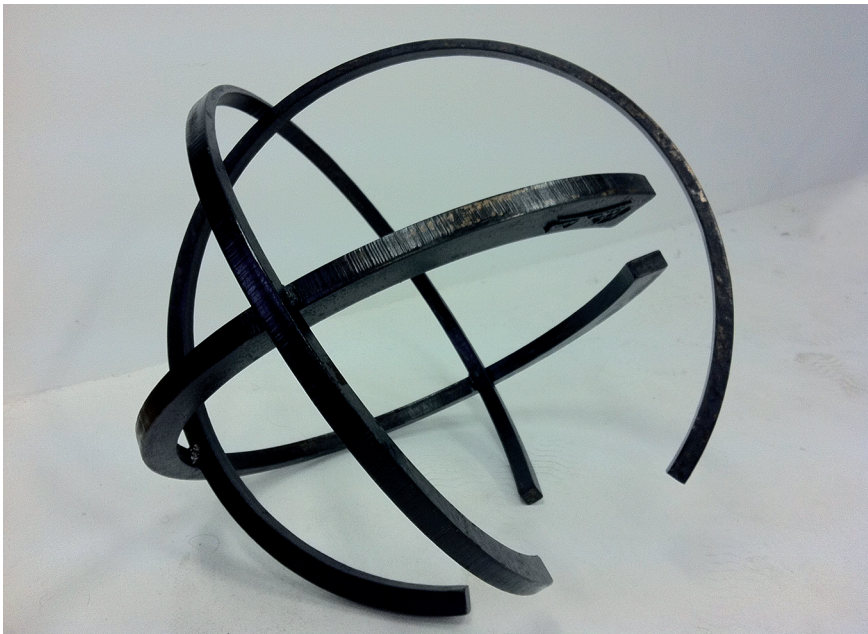
#### 4. Conclusión

A los tres ejemplos anteriores sobre la relación de matemáticas y cultura le podríamos haber añadido muchos más.

En **cartografía** podríamos haber escrito sobre la geometría de los mapas, cuyo conocimiento ayuda a entender qué son los mapas, cómo se construyen, por qué no hay mapas perfectos, cuáles tendremos que utilizar en la vida cotidiana, e incluso su evolución histórica, y así mismo, el engaño de algunos productos publicitarios como el mapa de Peters.

La geometría y la **geografía** tienen un origen paralelo, basado en el intento de conocer el planeta en el que vivimos. La historia del conocimiento de la forma y tamaño de la Tierra es tema apasionante en el que ambas disciplinas se entrelazan, y con grandes implicaciones en la historia de la humanidad. Por ejemplo, en tiempos anteriores a Colón ya era conocido que la Tierra era redonda, y su tamaño.

La **escultura** es una de las artes plásticas en las que la geometría es un elemento esencial, hasta el punto de que muchas de las formas escultóricas son superficies geométricas y otras estructuras matemáticas. Así mismo es un arte en el que podemos apreciar el paralelismo entre la abstracción matemática y la artística. Un hermoso ejemplo es el contraste entre *El beso* (1882) figurativo de August Rodin y *El beso* (1907) abstracto de Constantin Brancusi.



Escultura *Universos abiertos* de Patricia Cancelo

Como ejemplo de la importancia de las matemáticas en el **cine**, podríamos haber hablado de por qué la empresa *Pixar Animation Studios* contrata a tantas personas con conocimientos matemáticos. Y haber citado algunos ejemplos de las matemáticas utilizadas como las ecuaciones matemáticas que explican los patrones de las pieles de los animales, el modelado geométrico para crear las formas de los personajes y objetos, la dinámica de fluidos para representar correctamente el agua y otros fluidos, y un largo etcétera, que incluye el trabajo que un antiguo estudiante de la UPV/EHU, Iñigo Quílez, está haciendo para Pixar, construyendo los paisajes de películas como *Brave* (2012) o *El buen dinosaurio* (2015), mediante fórmulas matemáticas.

La presencia de las matemáticas en la historia de la **música**, desde Pitágoras, o el uso de herramientas matemáticas, como los fractales, las sucesiones, los números irracionales o la probabilidad, en la creación musical, podría haber sido otro de los ejemplos a analizar. E incluso las matemáticas que están detrás de muchos trucos de **magia**.

Sin embargo, todos ellos no serían más que un pequeño grupo de ejemplos dentro de la profunda relación de las matemáticas con la cultura, con el objetivo que ayudarnos a entender que es imposible analizar esta relación sin comprender que realmente las matemáticas son parte de la cultura humana.

## 5. Bibliografía

- [1] BOHN, Willard. *The Rise of Surrealism*, SUNY, 2002.
- [2] BUSTILLO, Fernando, FRANK, Roslyn M. LIZARDUIKOA, Alfonso Mtz., *Antzinako Euskal matematikaz zenbait burutazio*, Gaiak, 2008.
- [3] COOPER, Douglas. *La época cubista*, Alianza, 1993.
- [4] DURÁN, Antonio, IFRAH, Georges. *Vida de los números*, T ediciones, 2006.
- [5] GONZÁLEZ, Francisco. *Esperando a Gödel, Literatura y Matemáticas*, Nivola, 2012.
- [6] HENDERSON, Linda D. *The Fourth Dimension and Non-Euclidean Geometry in Modern Art*, Princeton University Press, 1983.
- [7] IBÁÑEZ, Raúl. *La cultura científica o la misteriosa identidad del señor Gauss*, cicNetwork, n. 8, 2010, p. 14-17.
- [8] —. *La cuarta dimensión, ¿es nuestro universo la sombra de otro?*, RBA, 2010.
- [9] —. *El sueño del mapa perfecto, cartografía y matemáticas*, RBA, 2010.
- [10] —. *La literatura en la mesilla de un matemático (bilbaino)*, Revista Tropelías, 2013 (pendiente de publicación).
- [11] —. Artículos del Cuaderno de Cultura Científica de la UPV/EHU [culturacientifica.com]
- [11a] *El asesinato de Pitágoras, historia y matemáticas (I y II)*, 2013.
- [11b] *Sin noticias de Pitágoras (Pitágoras en la literatura)*, 2014.
- [11c] *Los números deben de estar locos*, 2014.
- [11d] *Tales de Mileto y el caso del gato que venía del cielo*, 2015.
- [11e] *La chica que soñaba con una cerilla y un bidón de gasolina*, 2015.
- [11f] *Hipercubo, visualizando la cuarta dimensión (I y II)*, 2015.
- [12] —. *El teorema de Fermat en la literatura*. En: *Epistemocrítica en España*, Revista Epistémocritique, 2016 (pendiente de publicación).
- [13] IFRAH, Georges, *Historia universal de las cifras*, Espasa, 2002.
- [14] KEESING, Roger M. *Theories of Culture*, Annual Review of Anthropology, vol. 3, 1974, p. 73-97.
- [15] KROEBER, A. L., KLUCKHOHN, Clyde. *Culture, A Critical Review of Concepts and Definitions*, Peabody Museum of American Archeology and Ethnology, Harvard University, 1952.
- [16] LÓPEZ, José Luis. *La cuadratura del celuloide*, Lulu, 2012.
- [17] MACHO, Marta. Secciones mensuales "Literatura y Matemáticas", "Teatro y Matemáticas" del portal DivulgaMAT, desde 2007 [www.divulgamat.net]
- [18] —. *OuLiPo: un viaje desde las matemáticas a la literatura*, Revista Tropelías, 2013 (pendiente de publicación).
- [19] RICHEY, Jeffrey L. *Definitions of Culture*, Berea College [faculty.berea.edu/richeyj]
- [20] RUCKER, Rudy. *La cuarta dimensión*, Salvat, 1987.
- [21] SNOW, Charles P., LEAVIS, F. R. *Las dos culturas*, UNAM, 2006 (a partir de la conferencia Rede de C.P. Snow, Cambridge, 1959).
- [22] UNESCO, *Declaración universal sobre la diversidad cultural*, documento preparado para la Cumbre mundial sobre el desarrollo sostenible, Johannesburgo, 2002.
- [23] VV.AA. *La Estadística, Una guía de lo desconocido*, Alianza, 1992.